

## Određivanje Mesečevih libracija

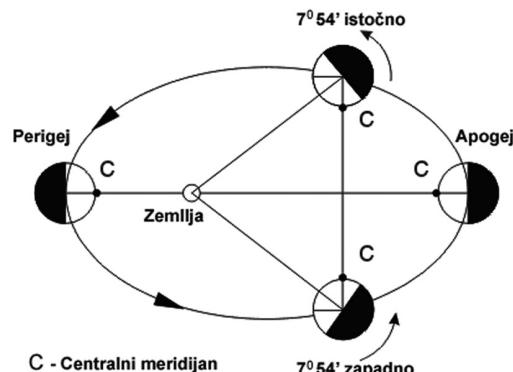
U radu su prikazani su rezultati određivanja dela površine Meseca koji se otkrije horizontalnom i vertikalnom libracijom. Praćenjem promene položaja kratera na slikama Meseca tokom ciklusa libracija određeni su parametri tih pojava:  $8.4 \pm 1.0^\circ$  za horizontalnu libraciju odnosno  $7.4 \pm 0.6^\circ$  za vertikalnu libraciju.

### Uvod

Usled sinhronog kretanja Meseca, posmatrač sa Zemlje bi trebalo uvek da vidi istu polovinu Mesečeve površine. Međutim, zbog složenosti kretanja Meseca oko Zemlje, moguće je Mesec videti iz različitih uglova što ukupno iznosi više od 50 % vidljive površine. Pojave koje dovode do toga nazivaju se libracije; postoji nekoliko vrsta libracija.

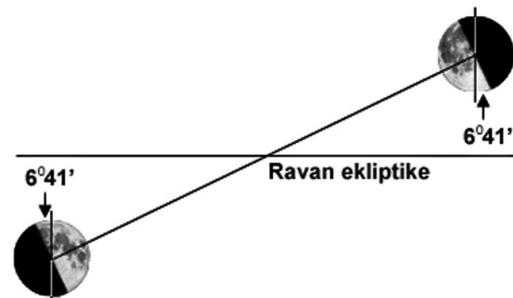
Horizontalana libracija nastaje zato što se Mesec oko Zemlje kreće po eliptičnoj putanji, a brzina njegovog kretanja se menja zavisno od udaljenosti od Zemlje; u perigeju brzina je najveća, a u apogeju najmanja. Kako je brzina rotacije Meseca konstantna, dolazi do njegove prividne rotacije i otkrivanja dela površine prilikom ubrzavanja, odnosno usporavanja njegovog kretanja. Ovaj proces je prikazan na slici 1.

Druga vrsta libracija je posledica nagnutnosti Mesečeve ose rotacije u odnosu na normalu ravni njegove orbite oko Zemlje. Posmatrač sa Zemlje u različitim trenucima jednog perioda obilaska može da vidi i okolinu južnog i okolinu severnog Mesečevog pola. Ova vrsta libracija naziva se vertikalna libracija i kao što se vidi sa slike 2, njen ugao je jednak ugлу nagiba Mesečeve ose (koja je konstantnog pravca u prostoru) u odnosu na normalu njegove orbite.



Slika 1. Horizontalna libracija – prikaz vidljivih delova Mesečeve površine u različitim tačkama orbite (skica preuzeta sa [www.astronomija.co.yu](http://www.astronomija.co.yu)).

Figure 1. Horizontal libration – image of visible parts of the Moon's surface in different points of the orbit (source: [www.astronomija.co.yu](http://www.astronomija.co.yu))



Slika 2. Vertikalna libracija – prikaz vidljivog dela Mesečeve površine u različitim tačkama u odnosu na normalu njegove orbite (skica preuzeta sa [www.astronomija.co.yu](http://www.astronomija.co.yu)).

Figure 2. Vertical libration – image of the visible part of the Moon's surface in different points in relation to the normal of its orbit (source: [www.astronomija.co.yu](http://www.astronomija.co.yu))

Juliana Katić (1989), Novi Sad, Ružin gaj 23,  
učenica 4. razreda Gimnazije „Isidora Sekulić“ u  
Novom Sadu

Jelena Mihajlović (1989), Novi Sad, Doža Đerđa  
24, učenica 4. razreda Gimnazije „Isidora  
Sekulić“ u Novom Sadu

MENTOR: Petar Kostić, student PMF Novi Sad

Postoje još dve vrste libracije, dnevna (uslovljena odnosom razmra Zemlje i Meseca i njihovom međusobnom udaljenošću), i fizička (nastaje usled nutacije Mesečeve ose rotacije). Ipak, te dve pojave imaju mnogo manji doprinos ukupnoj libraciji i na ovom nivou preciznosti bilo bi nemoguće odrediti ih sa zadovoljavajućom preciznošću. Zato su u ovom radu određivane horizontalna i vertikalna libracija.

Da bi se ispunio ciklus horizontalne i vertikalne libracije, potreban je jedan anomalistički mesec (27.5545 dana, vreme između dva uzastopna prolaska kroz perigej) za horizontalnu libraciju, odnosno jedan drakonički mesec (27.2122 dana, vreme između dva uzastopna prolaska kroz čvor) za vertikalnu libraciju.

Praćenjem položaja kratera na fotografijama Meseca u nekom referentnom koordinatnom sistemu, moguće je odrediti ugao libracije.

## Metod

Za snimanje su korišćeni fotoaparat NIKON D40 i teleskop MEADE LXD 75, prečnika 6" (152.4 mm), žižne daljine 762 mm. U zavisnosti od Mesečevog sjaja snimano je pri različitim ekspozicijama:

$$\frac{1}{25}, \frac{1}{60}, \frac{1}{320} \text{ i } \frac{1}{2000} \text{ s.}$$

Predviđen period snimanja bio je od 11. juna do 25. juna 2008. godine, sedam dana pre i sedam dana posle faze punog Meseca. Napravljene su fotografije Meseca, od kojih je za merenja izabrana po jedna reprezentativna slika za svaku noć snimanja, koja je bila najoštrijia.

Obrada snimaka i merenja vršena su u programu za obradu slika i sastojali su se iz nekoliko koraka. Najpre su slike reskalirane kako bi Mesečev disk bio na svim slikama iste veličine. Zatim su na slikama određene koordinate tri tačke ruba diska Meseca, pomoću kojih su izračunate koordinate centra Meseca na svakoj slici. Postupak je ponovljen više puta za svaku sliku, a u daljem radu su korišćene usrednjene vrednosti.

Sa slike su određene i koordinate kratera (u pikselima) u odnosu na koordinatni sistem čiji je početak u centru Meseca. Kako ovaj koordinatni sistem nije konzistentan među snimcima (da bi se moglo pratiti kretanje kratera), neophodno je uspostavljanje apsolutnog koordinatnog sistema koji je vezan za Mesečevu osu rotacije. Na taj način hori-

zontalna i vertikalna libracija se ogledaju u kretanju tačaka normalno i u pravcu projekcije ose rotacije. Dakle, potrebno je sve fotografije poravnati tako da se projekcije Mesečeve ose poklapaju i da stoje vertikalno na fotografiji. Projekcije ose rotacije određene su poređenjem reljefa Meseca sa fotografijama sa mapom Meseca ([www.as.ap.krakow](http://www.as.ap.krakow)) na kojoj je ucrtana mreža meridijana. To podrazumeva pronalaženje karakterističnih tačaka na fotografiji koje u isto vreme leže duž određenog meridijana na mapi. Podrazumeva se da prava koja prolazi kroz te tačke prolazi kroz centar Meseca na fotografiji. Ona predstavlja projekciju ose rotacije Meseca i dobijena je fitovanjem pronađenih tačaka na fotografiji metodom najmanjih kvadrata. Iz koeficijenta pravca je dobijen ugao ose od horizontalne fotografije () za svaku fotografiju. Da bi se ispravile i poravnale ove ose potrebno je rotirati svaku sliku za ugao:

$$\Omega = 90 - \alpha$$

gde su:  $\Omega$  – ugao rotacije,  $\alpha$  – ugao između projekcije ose rotacije Meseca i horizontalne fotografije.

Rotacija je izvršena na koordinatama kratera koji su razmatrani. Pomoću matrice rotacije određene su nove koordinate kratera:

$$x_r = x \cos \Omega + y \sin \Omega \\ y_r = y \cos \Omega - x \sin \Omega$$

gde su:  $x$  i  $y$  – koordinate kratera pre rotacije,  $x_r$  i  $y_r$  – koordinate kratera posle rotacije.

Praćenjem promene položaja kratera moguće je odrediti za koje se uglove prividno rotira Mesec oko vertikalne i horizontalne ose.

$$\sin \alpha = \frac{x_r}{\sqrt{R^2 - y_r^2}} \\ \sin \beta = \frac{y_r}{\sqrt{R^2 - x_r^2}}$$

gde su:  $\alpha$  i  $\beta$  – uglovi za koje je krater otklonjen od vertikalne i horizontalne ravni koje u preseku daju pravac kroz centar Meseca,  $R$  – poluprečnik Meseca.

Kada su dobijeni uglovi  $\alpha$  (za horizontalnu) i  $\beta$  (za vertikalnu libraciju) za svaku sliku, napravljeni su grafici zavisnosti promene ovih uglova od vremena. Pod pretpostavkom da je u pitanju periodičan proces (koji je posledica periodičnosti kretanja

Meseca), izvršen je fit sinusne funkcije kroz dobijene vrednosti uglova  $\alpha$  i  $\beta$ :

$$y = y_c + A \sin\left(\frac{2\pi}{P}(t_c + t)\right) \quad (1)$$

gde su:  $y_c$  – pomerenost funkcije po y-osi,  $t_c$  – fazna razlika, pomerenost funkcije po x-osi,  $A$  – amplituda funkcije,  $P$  – period libracije.

Od parametara ove funkcije poznat je period (anomalistički mesec – 27.5545 dana, za horizontalnu libraciju i drakonički mesec – 27.2122 dana, za vertikalnu libraciju) dok su preostala tri parametra određena metodom najmanjeg kvadrata, korišćenjem programskog paketa Origin 7.0.

## Rezultati

U tabeli 1 prikazane su dobijene vrednosti horizontalne ( $\alpha$ ) i vertikalne ( $\beta$ ) libracije dobijene za krater Manilijus i Tiho. Kolona „dan“ predstavlja redni broj dana od početka do kraja snimanja. U tabeli su prikazani samo dati za fotografije koje su uzete u obzir.

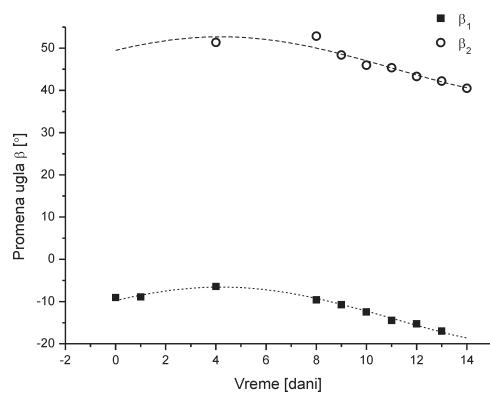
Na slikama 3 i 4 prikazani su grafici fita funkcije (1) na dobijenim rezultatima.

Ovim postupkom su dobijene vrednosti uglova za horizontalnu i vertikalnu libraciju:

Prikazani rezultati kao i greške dobijene su pomoću programskog paketa Origin 7.0.

Tabela 1. Uglovi  $\alpha$  i  $\beta$  (u stepenima) za dva kratera

datum	dan	Manilijus		Tiho	
		$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$
11. 6.	0	2.48	-9.03		
12. 6.	1	2.57	-8.90		
15. 6.	4	7.015	-6.42	-23.22	51.35
19. 6.	8	11.80	-9.60	-7.56	52.86
20. 6.	9	14.13	-10.74	-3.74	48.37
21. 6.	10	15.12	-12.45	-4.42	45.99
22. 6.	11	15.29	-14.48	-3.68	45.36
23. 6.	12	15.97	-15.26	-4.51	43.29
24. 6.	13	17.03	-16.99	-3.50	42.20
25. 6.	14		-3.76		40.52

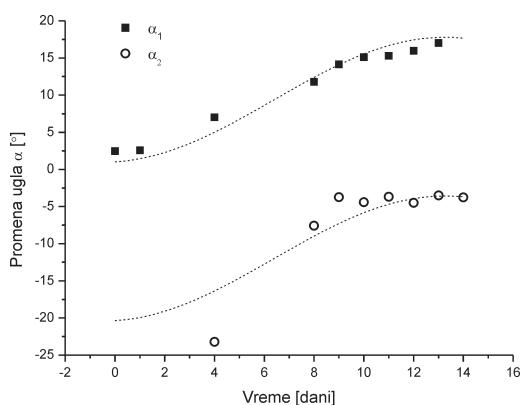


Slika 3.

Vertikalna libracija. Na x-osi su vrednosti druge kolone iz tabele 1, a na y-osi vrednosti uglova  $\beta$  iz tabele 1. Gornja kriva predstavlja fit za krater Tiho, dok je donja kriva fit za krater Manilijus.

Figure 3.

Vertical libration; x-axis – second column of Table 1, y-axis –  $\beta$  values from Table 1, upper curve – fitting for Tiho crater, lower curve - for Manilijus crater.



Slika 4.

Horizontalna libracija. Na x-osi su vrednosti druge kolone iz tabele 1, a na y-osi vrednosti uglova  $\alpha$  iz tabele 1. Gornja kriva predstavlja fit za krater Manilijus, dok je donja kriva fit za krater Tiho.

Figure 4.

Horizontal libration; x-axis – second column of Table 1, y-axis –  $\alpha$  values from Table 1, upper curve – fitting for Manilijus crater, lower curve - for Tiho crater.

## Zaključak

Dobijeni rezultati predstavljaju deo površine otkriven horizontalnom i vertikalnom libracijom i oni su približni teorijski predviđenim vrednostima:  $8^\circ$  i  $7^\circ$  (Cameron 1993). Greškama najviše doprinosi nemogućnost preciznijeg očitavanja koordinata kratera i ruba Mesečevog diska na snimcima.

Snimanje kvalitetnjom opremom i uzimanje više slika u obzir kao i analiziranje prividnog kretanja više kratera doprinelo bi preciznijim rezultatima i manjoj greški.

---

Juliana Katić and Jelena Mihajlović

## Determination of Lunar Librations

Results of the determination of horizontal and vertical librations of the Moon are presented in this paper. Angles  $\alpha$  and  $\beta$ , the parameters of this phenomenon, are obtained from movements of craters along the Moon disc. Their values are calculated in this project: horizontal libration and vertical libration.



## Literatura

Cameron W. S. 1993. Librational data and other correlations from David O. Darling's LTP network for the A.L.P.O.LTP observing program.  
*The Strolling Astronomer*, 37 (2): 54.

Mapa Meseca preuzeta sa:  
[www.as.ap.krakow.pl/edu/mapy\\_ks/lnslamasm.jpg](http://www.as.ap.krakow.pl/edu/mapy_ks/lnslamasm.jpg)