

Dinamička stabilnost nastanjive zone u dvojnog sistema TW Cnc

Numerički je ispitivano postojanje i karakteristike nastanjive zone u dvojnog sistema zvezda TW Cnc. Nakon analize dinamičke stabilnosti hipotetičke planete prikazana je mreža stabilnosti za različite početne vrednosti udaljenosti u apoastronu i ekscentriciteta njene orbite tokom približno 580 000 binarnih perioda. Utvrđeno je postojanje stabilnih orbita P tipa unutar nastanjive zone sa ekscentricitetom ne većim od 0.35 i rastojanjem u apoastronu između 4.75 i 9.95 AU.

Uvod

U dvojnog sistemima moguće su dve vrste orbite planete. Satelitski (S-tip) u kome planeta kruži oko jedne od komponenti binarnog sistema i planetarni (P-tip) u kome planeta kruži oko centra mase dve zvezde (Dvorak *et al.* 2003). Ispitivana je stabilnost orbite P-tipa hipotetičke planete u dvojnog sistemu TW Cnc.

Osnovni kriterijum utvrđivanja mogućnosti postojanja života, pored stabilnosti orbite same planete (i zvezde), je mogućnost da na planeti može postojati voda u tečnom stanju, odnosno da površinska temperatura to može da obezbedi. Ako su ovi uslovi ispunjeni, kažemo da se planeta nalazi u nastanjivoj zoni. Površinska temperatura kao kriterijum nastanjive zone nije najpogodnija za samo određivanje položaja nastanjive zone jer na površinsku temperaturu utiču i fizičke karakteristike same planete (Klisić i Rakić 2004). Stoga je za kriterijum nastanjive zone korišćene zbirni primljeni fluks zračenja od obe zvezdane komponente koji ne zavisi od osobina same planete.

Parametri sistema TW Cnc dati su u tabeli 1. Zvezde sistema TW Cnc se odlikuju visokom luminoznošću te se planeta mora nalaziti na relativno velikom rastojanju od baricentra sistema da bi fluks zračenja koji prima bio pogodan za nastanjivost planete. Na većim rastojanjima je i veća stabilnost jer su perturbacije planetarne orbite usled kretanja zvezda manje, te stoga ovaj dvojni sistem predstavlja zanimljiv objekat za određivanje nastanjive zone.

Tabela 1. Parametri sistema TW Cnc i karakteristike zvezdanih komponenti (Brancewicz i Dvorak 1980)

Ekscentricitet:	0.1	
Period:	70.76 godina	
Velika poluosa:	0.56 AJ	
Komponente:		
	TW Cnc A	TW Cnc B
Masa:	2.62 M _{Sunca}	2.16 M _{Sunca}
Luminoznost:	23.02 L _{Sunca}	19.03 L _{Sunca}
Spektral. klasa:	G8 III	A8

Metod

Model dinamičke evolucije

Za određivanje dinamičke stabilnosti orbite hipotetičke planete u prostoru (A, e) gde je A – udaljenost u apoastronu tj. maksimalna udaljenost od baricentra, a e – ekscentricitet, upotrebljen je model eliptičkog ograničenog problema tri tela. Za inklinaciju, odnosno nagutost planetarne orbite u odnosu na ravan sistema, uzeta je vrednost nula. Za nume-

Branko Đorđević (1989), Niš, Ilije Garašanina 45, učenik 4. razreda Gimnazije „Svetozar Marković“ u Nišu

ričko rešavanje je korišćena integraciona šema zasnovana na metodi Lijevih redova (Delva 1984; Dvorak i Hanslmeier 1984). Metod se zasniva na razvoju diferencijalne jednačine kretanja tela u Lijev red pomoću posebno uvedenog diferencijalnog operatora gde se članovi reda mogu iterativno izračunati.

Empirijski je utvrđeno da optimalna vrednost integracionog koraka za diskretizaciju iznosi 0.05 orbitalnog perioda tela sa najmanjim orbitalnim periodom (Dvorak i Hanslmeier 1984), što je kod P tipa orbite, period dvojnog sistema.

Komponente dvojnog sistema su inicijalno postavljene u apoastronu, tj. u najudaljenijem položaju od baricentra sistema, dok se planeta postavlja u kolinearnu poziciju. Početni uslovi za planetu se određuju zadavanjem maksimalnog rastojanja od baricentra sistema i početne brzine. Na osnovu tih podataka, nakon prvog orbitalnog perioda računa se ostvareni ekscentricitet po formuli:

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}}$$

gde su r_{\max} i r_{\min} maksimalno i minimalno rastojanje planete od baricentra respektivno.

Integracija je prekidana po isteku perioda integracije, ili po udaljavanju planete na razdaljinu veću od 1000 AU, ili prilikom njenog prilaska nekoj od zvezda na rastojanje bliže od 10^{-3} AU gde je jasno da se ne može govoriti o bilo kakvoj stabilnosti ili nastanjivosti. Period integracije je fiksiran na 115 hiljada godina odnosno oko 580 hiljada orbitalnih perioda binarnog sistema.

Početni parametri simulacije za binarni sistem su preuzeti iz table 1 dok su početni parametri planete varirani u sledećim granicama prostora (A, e). Udaljenost u apoastronu je u intervalu od 4.75 AU do 9.95 AU, $\Delta A = 0.05$ AU, dok je ekscentricitet u intervalu od 0 do 0.6, $\Delta e = 0.02$. Ukupno je obrađeno $105 \times 31 = 3255$ različitih početnih uslova orbite planete. Na osnovu rezultata je konstruisana mreža stabilnosti koja je prikazana u rezultatima.

Ljapunovljev indikator stabilnosti

Sam period integracije od 115 000 godina je isuviše kratak da bi se stabilnost planete utvrdila direktno iz integracije tri tela. Ukoliko planeta ostane unutar dozvoljenih granica tokom celokupnog vremena integracije, njena dugoročna stabilnost se

može odrediti na osnovu vrednosti indikatora stabilnosti – Ljapunovljevog vremena, dobijenog iz vrednosti Ljapunovljevog eksponenta u konačnom vremenu (eng. *Finite Time Lyapunov Exponent* – FTLE).

Položaj planete se predstavlja u šestodimenzionom prostoru stanja čije koordinate odgovaraju koordinatnim komponentama vektora položaja \mathbf{r} i brzine \mathbf{v} ($r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z$). Vrednost FTLE se dobija paralelnom integracijom orbite planete i njene klona čestice čiji je vektor stanja pomeren po svakoj koordinati za početnu separaciju, uz renormalizaciju separacije klona čestice u svakom koraku na početnu (Bennetin *et al.* 1976):

$$\ln d(t) = \sum_{i=0}^n \ln \left| \frac{d_i}{d_0} \right|$$

gde je d_i – separacija vektora položaja planete i klona čestice u prostoru stanja u i -tom koraku, d_0 – početna separacija, t – vreme integracije, n – broj koraka u kome se ostvari vreme t , a λ_0 vrednost FTLE-a.

Početna separacija ne sme biti previše mala da ne bi došlo do akumuliranja greške usled postojanja limita računarske reprezentacije decimalnog broja (tzv. „round off“ greška). Optimalna numerička vrednost ove separacije iznosi između 10^{-8} i 10^{-10} (Tancredi *et al.* 2001) i u ovom radu je za vrednost početne separacije uzeta vrednost od 10^{-9} .

Tačna vrednost Ljapunovljevog eksponenta LE je λ kada $t \rightarrow \infty$. Međutim, kako za dovoljno dugo vreme integracije λ konvergira ka LE, samim tim se iz poslednjeg perioda binarnog sistema u konačnom vremenu integracije (115 000 godina) može proceniti vrednost LE.

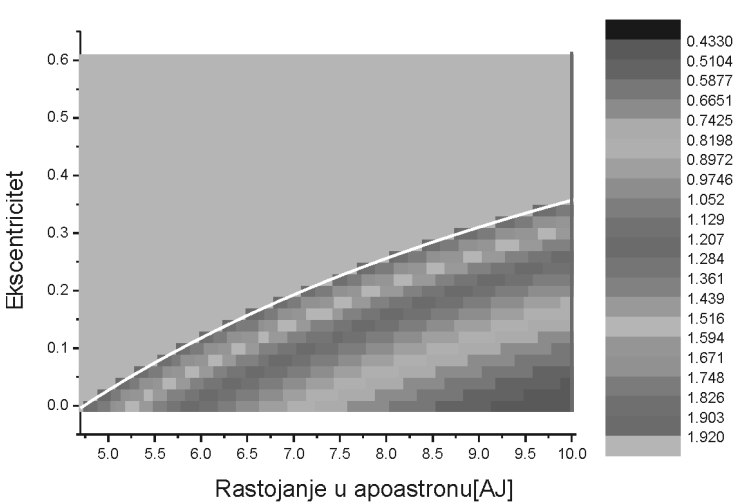
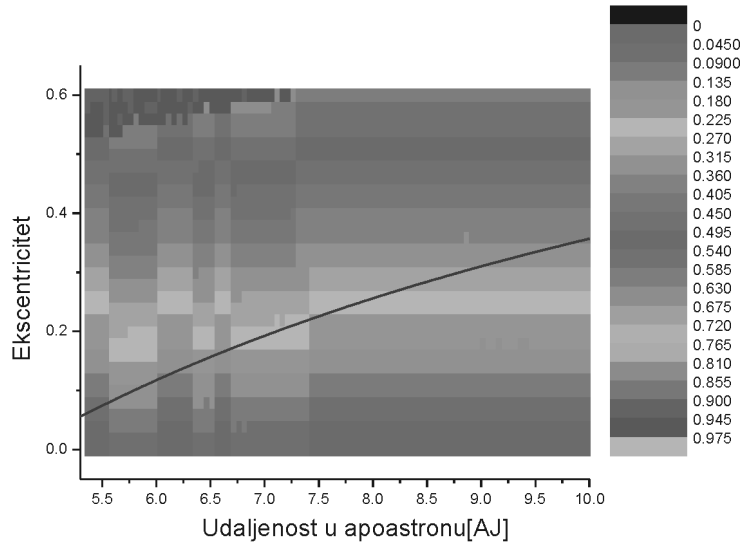
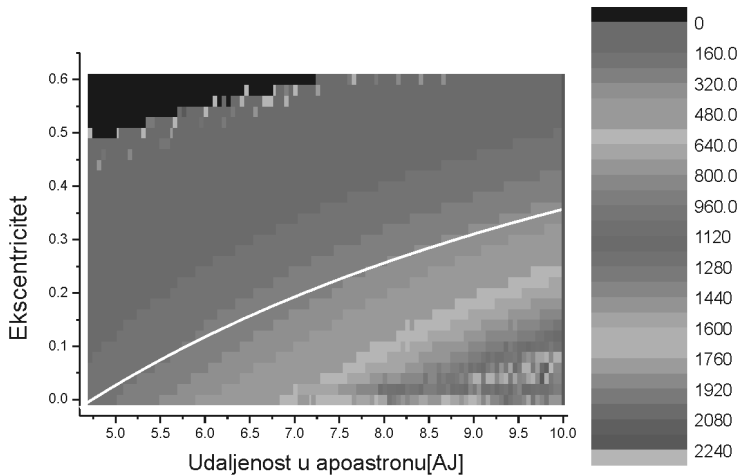
Ljapunovljevo vreme T_{ly} se izračunava kao recipročna vrednost Ljapunovljevog eksponenta:

$$T_{ly} = \frac{1}{\lambda}$$

Ljapunovljevo vreme zapravo označava vreme za koje će separacija planete i klona čestice porasti e puta. Manjoj vrednosti Ljapunovljevog vremena odgovara veća nestabilnost orbite.

Definisanje nastanjive zone

Kao što je navedeno u uvodu, u radu se kao kriterijum stabilnosti koristi zbirni primljeni fluks zračenja koji se računa po formuli:



Slika 1

- a. Mreža stabilnosti orbita planete
- b. Mreža amplituda ekscentriciteta orbita planeta
- c. Mreža amplituda fluksa orbita planete

Figure 1.

a. Stability grid of planet orbits around the system TW CNC. White line represents the inner and blue line the outer limit of habitable zone defined in (5) and (6)

b. Eccentricity amplitude of planet orbits, black line represents inner limit of habitable zone

c. Flux amplitude grid of planet orbits, white line represents inner and red line outer region of the habitable zone

$$\Phi = \frac{L_1}{4\pi r_1^2} + \frac{L_2}{4\pi r_2^2}$$

gde su L_1 i L_2 – luminoznosti zvezda, a r_1 i r_2 – rastojanja planete od zvezda.

Na osnovu uvođenja analogije sa Sunčevim sistemom može se definisati minimalna i maksimalna vrednost fluksa, izražena u funkciji fluksa koji prima Zemlja – od 0.433 što predstavlja vrednost fluksa koji prima Mars do 1.913 što je vrednost koja odgovara orbiti Venere. U slučaju planete sa orbitom P tipa efekti pomračenja komponenti se mogu zanemariti jer je trajanje pomračenja zanemarljivo u odnosu na period rotacije sistema.

Varijacije fluksa zračenja koji prima planeta potiču od kretanja zvezda i kretanja same planete. Kako je rastojanje između zvezda mnogo manje od rastojanja planete od baricentra, efekat kretanja zvezda će biti praktično zanemarljivo za oscilacije fluksa. Zbog toga se mogu odrediti granice nastanjive zone na osnovu aproksimacije $r_1 \approx r_2$ odakle se gornji limit određuje na osnovu analitičkog rešenja za planete na orbitama oko samostalnih zvezda.

$$\frac{1-e}{1+e} A = \sqrt{\frac{L}{\Phi_V}} = q$$

gde je $L = L_1 + L_2$ – zbir luminoznosti obeju zvezda, a Φ_V – fluks zračenja koji prima Venera. Donji limit nastanjive zone je dat izrazom

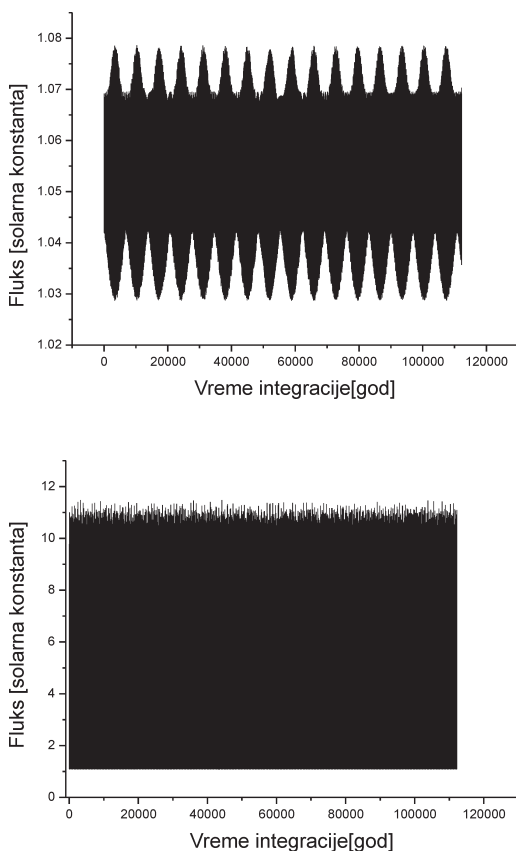
$$A = \sqrt{\frac{L}{\Phi_M}} = Q$$

gde je Φ_M – fluks zračenja koji prima Mars i odatle se vidi da je donji limit nastanjive zone dat izrazom $Q \approx 9.96$ AU.

Rezultati

Mreža stabilnosti, gde boja odgovara vrednosti Ljapunovljevog vremena i gde veće vrednosti indiciraju veću stabilnost, prikazana je na slici 1a. Može se primetiti da se za visoke vrednosti ekscentriciteta ($e > 0.45$) gde se nalazi nestabilni region javljaju tzv. oaze stabilnosti što je posledica greške koja se najverovatnije javlja usled toga što su ove oaze blizu bifurkacionih tačaka. Bela linija predstavlja gornji, a plava vertikalna linija donji limit nastanjive zone.

Na slici 1b je data mreža maksimalne dostignute vrednosti ekscentriciteta orbita planete tokom

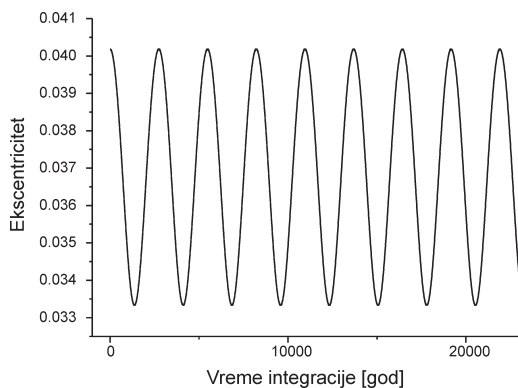


Slika 2. Oscilacije fluksa na periodu od 115 hiljada godina za $A = 6.3$ AU i $e = 0.04$ (gore) i isto to, ali za ekscentricitet 0.52 (dole)

Figure 2. Flux oscillation during the period of 115.000 years (above) and the same, only eccentricity is now equal to 0.52 (bellow)

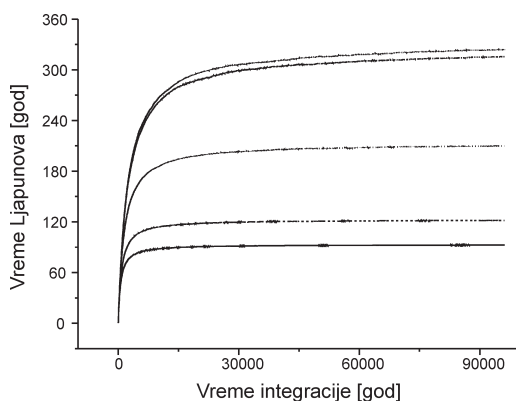
integracije. Orbite obojene tamnoplavom bojom imaju ekscentricitet blizak jedinici pa pritom njihove putanje postaju parabolne i izlaze iz granica integracije. Svetloplava boja na slici prikazuje orbite sa velikim efektom perturbacija. One ostaju u granicama integracije tokom integracionog perioda, ali na osnovu ove slike, a i same mreže stabilnosti se vidi da ove orbite ne mogu biti stabilne.

Mreža maksimalnih vrednosti fluksa je prikazana na slici 1c. Sivom bojom su obeležene vrednosti koje su veće od gornjeg limita nastanjive zone. Bela linija predstavlja analitičku aproksimaciju za gornji



Slika 3. Oscilacije ekscentriciteta na periodu od 20 000 godina

Figure 3. Eccentricity oscillation during the period of 20 000 years



Slika 4. Konvergiranje Ljapunovljevog vremena tokom vremena integracije za planete sa različitim vrednostima udaljenosti u apoastronu i ekscentriciteta, i to gledano odozdo (nestabilnije ka stabilnijem): $A = 5.15 \text{ AU}$, $e = 0.22$; $A = 5.45 \text{ AU}$, $e = 0.32$; $A = 5.7 \text{ AU}$, $e = 0.14$; $A = 6.05 \text{ AU}$, $e = 0.06$ i na vrhu $A = 6.3 \text{ AU}$, $e = 0.0$

Figure 4. Convergence of Lyapunov time during the integration period for planets with different values of initial apoastron distance and eccentricity, looking from beneath as follows (from less stable to more stable): $A = 5.15 \text{ AU}$, $e = 0.22$; $A = 5.45 \text{ AU}$, $e = 0.32$; $A = 5.7 \text{ AU}$, $e = 0.14$; $A = 6.05 \text{ AU}$, $e = 0.06$ and, on the top, $A = 6.3 \text{ AU}$, $e = 0.0$

limit nastanjive zone, a crvena za donji i sa slike se može videti da je aproksimacija vrlo precizna.

Na slikama 2a i 2b su prikazani grafici zavisnosti fluksa tokom vremena za ekscentricitete 0 i 0.52 respektivno za $A = 6.3 \text{ AU}$ i na njima se može videti kako sa većim ekscentricitetom fluks više odstupa od granica nastanjive zone.

Na slici 2b, za ekscentricitet od 0.52, može se videti kako se planeti pri kretanju iz apoastrona u periastron uvećava primljeni fluks i do 10 puta. Na graficima se može uočiti period rotacije planete usled kojeg dolazi do promene fluksa. Prisutan je i period rotacije dvojnog sistema ali se on na grafiku ne može uočiti.

Na slici 3 su prikazane oscilacije ekscentriciteta sa početnog 0.04 na 0.033. Oscilacije su male čak i za relativno visoke ekscentricitete (osim u slučajevima rezonance) pod uslovom da planeta „preživi“ ukupno vreme integracije jer je rastojanje planete od baricentra u apoastronu i periastronu mnogo veće od rastojanja između samih zvezda. Samim tim je efekat perturbacija ograničen.

Na slici 4 prikazana je konvergencija Ljapunovljevog vremena tokom vremena integracije za različite vrednosti orbitalnih elemenata.

Zaključak

Izloženim rezultatima prikazana je mogućnost postojanja stabilnih planeta u nastanjivoj zoni u regionu od 5 AU do 10 AU sa ekscentricitetima do 0.25. Potrebna su dodatna izračunavanja za ispitivanje stabilnosti planeta sa većim udaljenostima u apoastronu, radi boljeg uvida u opseg nastanjive zone i stabilnosti hipotetičkih planeta u tom regionu.

Zahvalnost. Zahvaljujem se rukovodiocu programa astronomije Nikoli Božiću na ukazanom strpljenju i pomoći u teškim trenucima izrade ovog rada kao i saradnicima Goranu Rakiću, Mihailu Čubroviću i Marku Simonoviću na pomoći oko fizike problema i programiranja.

Literatura

Dvorak R., Pilat Lohinger E., Funk B., Freistetter F. 2003. Planets in habitable zones: A study of the binary Gamma Cephei. *Astronomy and astrophysics*, **398**: L1

Pilat Lohinger E., Funk B., Dvorak R. 2003. Stability limits in double stars: A study of inclined planetary orbits. *Astronomy and astrophysics*, **400**: 1085.

Dvorak R. and Hanslmeier A. 1984. Numerical integration with Lie-series. *Astronomy and Astrophysics*, **132**: 203.

Tancredi G., Sanchez A., Roig F. 2001. A comparison between methods to compute Lyapunov exponents. *The Astronomical Journal*, **121**: 1171

Klisić Đ. i Rakić G. 2004. Dinamička stabilnost nastanjive zone u dvojnog sistema α Centauri AB. *Petničke sveske*, 57: 25.

Brancewicz H. K., Dworak T. Z. 1980. *Acta Astron.*, **30**: 501

Branko Đorđević

Dynamical Stability of Habitable Zone in TW Cnc Binary System

Existence and characteristics of the habitable zone is investigated in the binary star system TW Cnc. After analysis of dynamical stability of a hypothetical planet, a stability grid is presented for different initial conditions of distance in apoapsis and eccentricity of its orbit for approximately 580 000 binary periods. Existence of stable orbits of P type is determined inside a habitable zone with eccentricity not exceeding 0.25, and with the distance in apoapsis, no less than 5 AU.

