

Aleksija Milošević (2002), Beograd, učenica 4. razreda Prve beogradske gimnazije  
Vesna Milošević (2002), Beograd, učenica 4. razreda Četrnaeste beogradske gimnazije

Mentori:

Vinka Dakić, student osnovnih studija astrofizike, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu  
Damnjan Milić, student osnovnih studija astrofizike, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu  
Dr Atila Čeki, Astronomski observatorija Beograd

## **Analiza O-C dijagrama višestrukih zvezdanih sistema i njihova klasifikacija na trojne i na one kod kojih se javlja transfer mase**

### **Apstrakt**

U ovom radu analizirani su ekliptično dvojni sistemi kod kojih je uočena promena u orbitalnom periodu i za koje se pretpostavlja da su trojni. Kod svakog sistema opisane su varijacije u trenucima pomračenja uzrokovane efektom svetlosnog kašnjenja. Na osnovu toga određeno je kod kojih postoji treći pratilec a kod kojih je uzrok promene orbitalnog perioda transfer mase među komponentama sistema. O-C dijagrami svih sistema opisani su sa oba navedena modela. Numeričkom analizom oba modela zaključeno je koji bolje opisuje posmatranja. Analizirano je 256 sistema od kojih je za 34 sistema bilo nedovoljno podataka da bi pouzdano mogla da se odradi analiza, dok je kod njih 171 utvrđeno da uzrok promene nije efekat svetlosnog kašnjenja. Od preostalih sistema utvrđeno je da se kod 28 sistema nalazi treći pratilec koji je zvezda čiji su orbitalni parametri dobijeni. Kod 23 sistema zaključeno je da je promena uzrokovana transferom mase. Kod četiri sistema (BO Gem, GL Her, TW Lac, WW Dra) ova promena odstupa od one koja se očekuje usled efekta svetlosnog kašnjenja, zbog čega je pretpostavljeno da su ovi sistemi ipak trojni ili da neki drugi efekat utiče na njih kao što je zvezdani vjetar.

### **Absctract**

In this paper we investigate eclipsing binary systems with the orbital period change and which are assumed to be ternary. For each system, we described variations in eclipse times caused by the light time effect. Based on that, we determined which ones have a third companion and which ones are caused by mass transfer between system components. We described O-C diagrams of all systems with both listed models. Numerical analysis of both models concluded which better describes the observations. 256 systems were analyzed, of which there was insufficient data for 34 systems to reliably perform the analysis, while in 171 of them was determined that the cause of the change was not the light time effect. Of the remaining systems, we determined that 28 systems have a third companion that is the star whose orbital parameters were obtained. In 23 systems, it was concluded that the change was caused by mass transfer. In four systems (BO Gem, GL Her, TW Lac, WW Dra) this change deviates from that expected due to the light time effect, which is why it was assumed that these systems are ternary or that some other effect affects them such as star wind.

# Uvod

Eklipsno dvojne zvezde predstavljaju gravitaciono stabilni zvezdani par kod kojeg obe komponente orbitiraju oko zajedničkog centra mase. Pravac posmatranja sistema je u ravni njegove orbite. Fotometrijskom analizom može se primetiti da dolazi do međusobnog pomračenja komponenata. Ovaj efekat se može primetiti na krivoj sjaja, koja predstavlja vezu između sjaja zvezde i vremena posmatranja. Praćenjem krive sjaja u toku jednog perioda mogu se uočiti dva pomračenja, kada primarna komponenta pomrači sekundarnu i obrnuto. Minimum koji je po intenzitetu sjaja dublji je primarni, dok se drugi naziva sekundarnim minimumom. Vremenski interval između dva primarna ili dva sekundarna minimuma je orbitalni period eklipsno dvojnog sistema tj. vreme za koje zvezde izvrše revoluciju.

Kod trojnih sistema, koji su eklipsni, orbitalni period nije konstantan (referenca!) pa se pomračenja ne dešavaju na isti način kao kod dvojnih sistema. Takođe, moguće je da jedna od komponenti eklipsnog sistema ispunjava svoj kritični Rošov oval koji definiše najveću moguću zapreminu stabilne komponente. Kako unutar svakog Rošovog ovala dominira gravitacija jedne komponente, kada jedna zvezda ispunjava svoj Rošov, oval materija sa nje će pri najmanjem poremećaju početi da se prebacuje na drugu komponentu. Ovaj proces takođe utiče da se pomračenja ne dešavaju kada je to i predviđeno.

## Varijacije u trenucima pomračenja

Kao što je već pomenuto, moguće je da kod nekih sistema dolazi do odstupanja očekivane pojave minimuma na krivi sjaja od one predviđene na osnovu dužine orbitalnog perioda sistema. Analizom varijacija u trenucima pomračenja kod eklipsno dvojnih zvezda moguće je analizirati procese koji utiču na sistem.

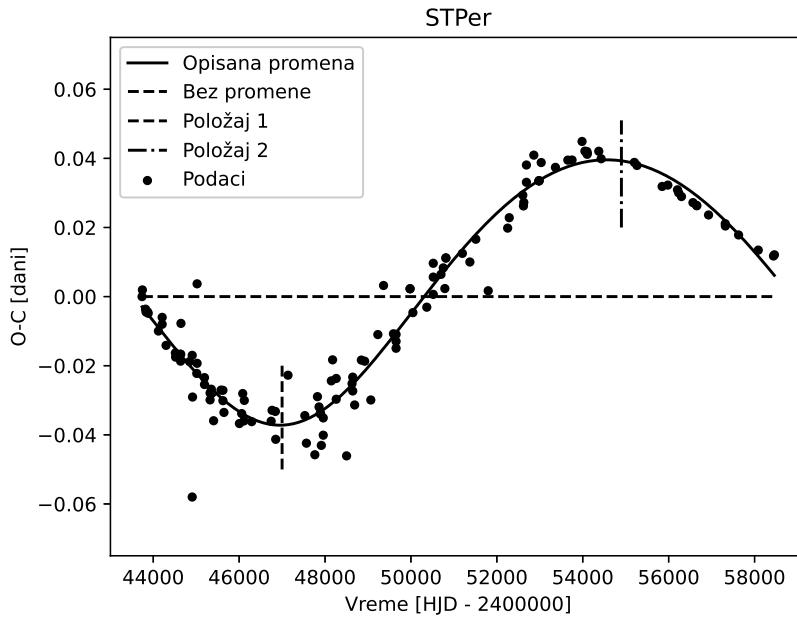
O-C (eng. Observed minus Calculated) dijagrami predstavljaju razliku između posmatranog O i predviđenog trenutka minimuma C. Ta razlika je prikazana na ordinati O-C dijagrama, dok je na apscisi vreme ili epoha, odnosno broj ciklusa od trenutka minimuma koji je uzet kao početni. U slučaju kada je orbitalni period konstantan, minimumi sjaja će se uvek detektovati kada je to i predviđeno, samim tim će razlika ovih vrednosti na O-C dijagramu biti jednaka nuli. U suprotnom, na O-C dijagramu će se uočiti promena koja ukazuje na proces koji utiče na sam eklipsno dvojni sistem.

Ako se uzmu u obzir vremenske skale u kojima se varijacije u trenucima pomračenja dešavaju kod dvojnih sistema, mogu se razlikovati dugoročne od kratkoročnih promena. Kratkoročne promene su karakteristične za vremenski interval reda veličine decenije. Osim uticaja trećeg tela, kratkoročne promene mogu biti uzrokovane i magnetnom aktivnošću tesno dvojnih sistema kao što je navedeno u radu Borkovits et al. (2005). Dugoročne promene karakterišu duži vremenski period uporediv vremenskim skalama koje karakterišu zvezdanu evoluciju (Borkovits et al. 2005). Neke od dugoperiodičnih promena mogu biti uzrokovane zvezdanim vetrovima (van't Veer i Maceroni, 1989) ili transferom mase u tesno dvojnim sistemima. (referenca!)

## Efekat svetlosnog kašnjenja

Kada je promena perioda uzrokovana postojanjem trećeg pratioca ili transferom mase javlja se efekat svetlosnog kašnjenja (eng. light time effect) (Irwin, 1952). Ovaj efekat se manifestuje na O-C dijagramu sinusnim trendom (Slika 1). Kada se treće telo nalazi najdalje posmatraču, predviđeni centar mase dvojnog sistema je najbliži. U tom slučaju svetlost prelazi najkraći put zbog čega stiže najranije. Ovo se na O-C dijagramu manifestuje kao minimum (Slika 1, položaj 1). U suprotnom slučaju, kada je treće telo najbliže posmatraču, centar mase dvojnog sistema je najdalji i svetlost prelazi najduži put i stiže najkasnije, što se prikazuje kao maksimum na O-C dijagramu (Slika 1, položaj 2). Samim tim, na osnovu analize promene perioda na O-C dijagramu moguće je odrediti orbitalne parametre trećeg pratioca, odnosno tesno dvojnog sistema u kom dolazi do transfera mase.

Drugi mehanizmi koji takođe utiču na izgled O-C dijagrama mogu da se manifestuju veoma slično kao i promena nastala usled efekta svetlosnog kašnjenja, zbog čega detekcija trećeg pratioca



Slika 1: O-C dijagram sistema ST Per fitovan jednačinom 6. Položaj 1 predstavlja trenutak kada je treće telo najudaljenije od posmatrača, a položaj 2 kada je najbliže posmatraču.

i transfera mase nije jednostavna. Iz tog razloga su Frieboes-Conde i Herczeg (1973) naveli četiri kriterijuma koja moraju biti ispunjena kako bi se sa sigurnošću znalo da se radi o efektu svetlosnog kašnjenja:

1. O-C vrednosti primarnih minimuma trebalo bi se po obliku krive koju obrazuju slažu sa teorijski predviđenim oblikom krive (Irwin, 1952).
2. Primarni i sekundarni minimumi treba da budu konzistentni po amplitudi i fazi promene.
3. Procenjena masa, odnosno minimalna masa treće komponente mora biti u skladu sa fotometrijskim merenjima, odnosno svetlošću koja odgovara dvojnog sistemu.
4. Ako su podaci dostupni, varijacije radikalnih brzina trebalo da se slažu sa varijacijama trenutaka minimuma usled efekta svetlosnog kašnjenja.

Promena na O-C dijagramu usled efekta svetlosnog kašnjenja (Irwin 1952) je data kao:

$$\Delta t = \frac{asini}{2.59 \cdot 10^{10}} \left\{ \frac{1-e^2}{1+e\cos\nu} \sin(\nu + \omega) + e \sin \omega \right\}, \quad (1)$$

gde je  $a$  velika poluosa orbite trećeg pratioca,  $i$  inklinacija orbite trećeg pratioca u odnosu na ravan dvojnog sistema,  $e$  ekscentricitet,  $\nu$  prava anomalija i  $\omega$  ugao između uzlaznog čvora i pravca ka perihelu. Funkcija mase predstavlja opseg u kom se nalazi masa trećeg pratioca u zavisnosti od masa ostalih komponenata i inklinacije. Može se izračunati na osnovu parametara koji opisuju prethodnu jednačinu prema: (referenci!)

$$f(m) = \frac{4\pi^2 a^3 \sin^3 i}{GP^2}, \quad (2)$$

gde je  $G$  gravitaciona konstanta, a  $P$  orbitalni period trećeg pratioca. Moguće je odrediti masu trećeg tela prema (Gajdoš i Parimucha 2019):

$$f(m) = \frac{(M_3 \sin i)^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2}, \quad (3)$$

gde su  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ , mase primarne, sekundarne i tercijarne komponente sistema, respektivno. Kako je vrednost inklinacije nemoguće izračunati iz podataka o trenucima pomračenja, uzima se vrednost od  $90^\circ$  jer je najveća verovatnoća nalaženja takvog sistema da je eklipsni (Tokovinin 2017).

Analizirajući masu treće komponente, sisteme je moguće klasifikovati na one kod kojih je treće telo sigurno zvezda i one kod kojih je moguće da se radi o masivnijoj planeti.

Cilj ovog rada je klasifikacija eklipsno dvojnih sistema na one koji imaju trećeg pratioca (zvezdu ili planetu) i one kod kojih dolazi do transfera mase.

## Metod

Kako bi se konstruisao O-C dijagram potrebno je znati trenutke u kojima su posmatrani minimumi, kao i trenutke koji odgovaraju teorijskom predviđanju ove pojave ako bi sistem bio dvojni (Referenca!):

$$C(E) = t_0 + E \cdot P_2, \quad (4)$$

gde je  $t_0$  trenutak detekcije prvog posmatranog minimuma,  $P_2$  period dvojnog sistema i  $E$  epoha. Epoha, odnosno broj perioda koji bi trebalo da je prošao od početnog do posmatranog trenutka je računata kao ceo deo od:

$$E = \left[ \frac{O - t_0}{P_2} \right]. \quad (5)$$

Nakon toga, za opisivanje O-C dijagrama korišćena je sledeća jednačina:

$$\text{Min}I = C(E) + \Delta t + Q \cdot E^2 + y, \quad (6)$$

gde je  $\text{Min}I$  vreme minimuma,  $Q$  kvadratni član koji govori o promeni orbitalnog perioda (u danima), a  $y$  faktor za koji se promena pomera po y-osi kako bi oko nje bila simetrična. Podaci za svaki od analiziranih sistema fitovani su jednačinom 6 u dve varijante:

1. kada je  $Q = 0$ , odnosno kada je uzrok promene treći pratilac;
2. kada postoji kvadratni član  $Q$  koji odgovara transferu mase.

Za oba slučaja nađen je  $R^2$ , odnosno statistička mera poklapanja posmatranja sa teorijski opisanom promenom. Ovaj parametar se nalazi u opsegu od 0 do 1, gde 1 predstavlja 100% poklapanje. Sistemi kod kojih je poklapanje manje od 90% odbačeni su iz dalje analize (referenca!). Ostali sistemi su klasifikovani na one sa trećim pratiocem i one kod kojih je uzrok promene transfer mase na osnovu većeg poklapanja, odnosno veće vrednosti  $R^2$ . Nakon toga, provereno je da li je amplituda promene 1.5 puta veća od prosečne uzastopne razlike O-C vrednosti (Hajdu et al. 2019).

Kako bi se odredila minimalna masa koja odgovara trećem pratiocu, neophodno je imati informaciju o ukupnoj masi dvojnog sistema. Taj podatak za većinu sistema nije poznat pa je u prvoj aproksimaciji pretpostavljeno da mase svih dvojnih sistema iznose dve Sunčeve mase (Hajdu et al. 2019). Kod sistema kod kojih je poznata, korišćena je masa dvojnog sistema pri računanju mase trećeg tela.

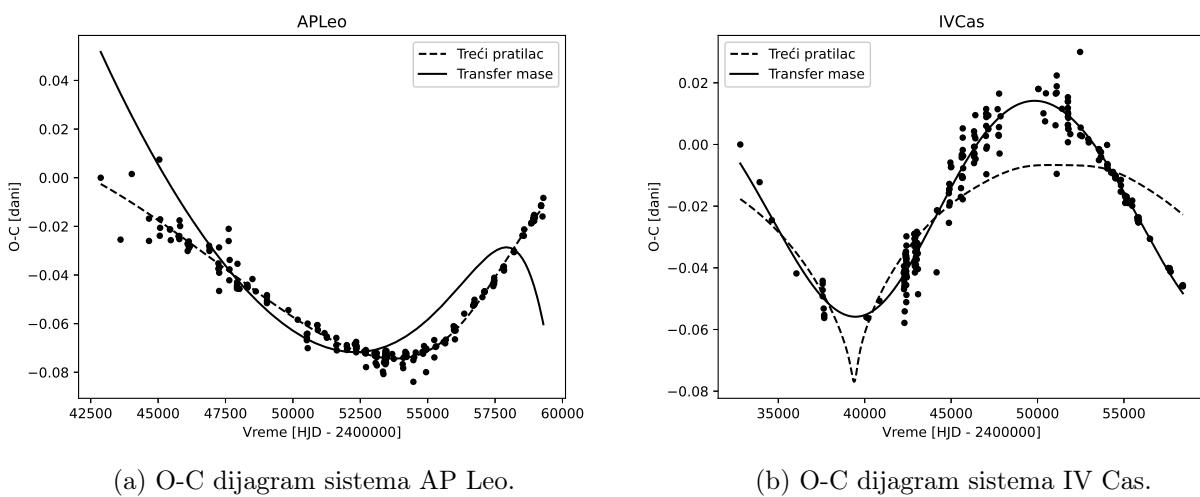
## Rezultati i diskusija

Sa baze podataka AAVSO (eng. American Association of Variable Star Observers) (Web 1) preuzeti su podaci za sisteme kod kojih se, na osnovu izgleda O-C dijagrama, prepostavlja da postoji efekat svetlosnog kašnjenja. Pronađeno je 256 takvih sistema. Za svaki od njih su potom preuzeti trenuci pomračenja sa O-C gateway baze (Web 2) i konstruisani i analizirani O-C dijagrami.

Sistemi za koje je bilo manje od 40 posmatranih trenutaka minimuma nisu uzimani u dalju analizu jer nije mogla pouzdano da se opiše uočena promena. Ovakvih sistema je bilo 34. Sistemi kod kojih se pokazalo da do promene dolazi usled efekta svetlosnog kašnjenja, odnosno kod kojih je poklapanje sa modelom bilo manje od 90% je 171.

Od preostalih sistema, dobijeno je da je promena orbitalnog perioda kod 28 sistema uzrokovana postojanjem trećeg pratioca (Slika 2), a da je kod 23 sistema ona uzrokovana transferom mase (Slika 3). Dobijeni orbitalni parametri koji odgovaraju trećem telu koje se kreće oko eklipsno dvojnog sistema su prikazani u Tabeli 1.

Kvadratni član Q karakteriše promenu orbitalnog perioda, zbog čega je moguće odrediti i koliko se period promeni u nekom vremenskom intervalu. U ovom radu, određena je promena perioda uzrokovana transferom mase koja se dogodi na sto godina i rezultati su prikazani u Tabeli 2. Analizom rezultata može se zaključiti da je kod četiri sistema (BO Gem, GL Her, TW Lac i WW Dra) ova promena manja nego što je u proseku predviđeno iz literature, zbog čega ona verovatno nije prouzrokovana transferom mase. Moguće je da do promene dolazi usled nekog drugog već pomenutog efekta ili se u sistemu zapravo nalazi treće telo, ali da je zbog metoda kojim su fitovani podaci kao bolji model odabran onaj koji odgovara transferu mase.



Slika 2: Prikaz O-C dijagrama fitovanog jednačinom 6 kod koga je uzrok promene postojanje trećeg pratioca (a) i onog kod koga je uzrok transfer mase (b).

Tabela 1: Parametri dobijeni opisivanjem promene na O-C dijagramu efektom svetlosnog kašnjenja sistema kod kojih je utvrđeno da postoji treća zvezda.

Sa \* su označeni sistemi za koje su poznate mase eklipsnog para.

<i>Sistem</i>	$t_{03}$ [HJD]	$P_3$ [dani]	$e$	$asini$ [km]	$\omega$ [rad]	$f(m)$ [kg]	$M_3$ [ $M_\odot$ ]
APLeo	44842	24798	0.38	1.21E+09	5.97	4.44E+31	25.89
AYVul*	49764	29811	0.10	1.99E+09	4.61	3.07E+30	3.68
BCHer	38471	34830	0.24	5.60E+09	4.60	1.15E+31	8.73
BKVul	51454	17926	0.00	6.42E+08	4.69	6.73E+31	37.53
CCHer	34626	29780	0.00	2.20E+09	5.06	6.62E+29	1.64
DIPeg*	60121	15595	0.00	4.62E+08	4.44	5.91E+29	1.55
EFCVn	59934	6943	0.49	2.56E+08	5.52	2.75E+28	0.43
EFDra	57005	20006	0.00	1.47E+09	2.78	6.51E+31	36.40
FKOri*	53843	38269	0.20	3.33E+09	3.97	1.25E+31	9.26
FZOri	35890	32470	0.59	1.23E+09	4.00	1.73E+28	0.36
GRVir	59904	15477	0.32	9.14E+08	4.28	7.72E+30	6.59
GVLeo	56011	7355	0.00	5.22E+08	4.71	4.37E+32	223.77
LZLyr	43962	32469	0.92	8.98E+09	3.58	5.44E+31	30.97
OOAql	41095	28531	0.00	9.65E+08	5.40	2.24E+31	14.59
RWCom*	33457	40750	0.51	8.58E+08	4.82	6.40E+30	5.81
RXHya	38734	49499	0.00	8.98E+09	3.33	2.31E+31	14.95
RZAur*	51898	52967	0.04	4.58E+09	5.02	4.47E+30	4.62
STPer*	54744	15308	0.15	9.95E+08	4.78	8.37E+29	1.84
TZEri*	59032	21718	0.19	1.49E+09	5.26	5.60E+29	1.52
UXHer*	28639	46340	0.22	1.65E+09	5.00	5.73E+30	5.41
V0410Aur	56054	10919	0.00	1.07E+09	3.79	8.06E+29	1.80
V0432Per	53832	23349	0.19	1.15E+09	4.43	1.98E+30	2.87
V0995Cyg	57126	36690	0.00	7.31E+09	3.65	2.51E+31	15.99
V1042Her	58161	29659	0.35	1.44E+09	4.86	2.44E+31	15.60
WXAnd	33697	33665	0.02	4.48E+09	4.22	2.36E+29	1.03
YCyg*	15046	17144	0.00	3.56E+09	5.09	1.22E+31	9.09
YSex*	59509	21060	0.00	9.29E+08	4.59	1.43E+29	0.83
YYCrB	53160	9607	0.00	5.71E+08	4.85	1.88E+32	98.43

Tabela 2: Parametri dobijeni opisivanjem promene na O-C dijagramu efektom svetlosnog kašnjenja sistema kod kojih je utvrđeno da dolazi do transfera mase.

<i>Sistem</i>	$Q$ [dani]	$\frac{dp}{dt}$ [ $\frac{s}{100\ god}$ ]
ADAnd	4.29E-11	6.01E-05
AHAur	4.80E-10	4.47E-05
AOCam	1.91E-10	3.40E-05
BEVul	2.61E-09	4.87E-04
BOGem	1.00E-15	1.80E-10
DKPeg	1.40E-09	1.23E-04
EWLyr	3.72E-10	1.70E-04
FGHya	5.71E-10	1.53E-04
GLHer	6.07E-14	3.88E-09
IVCas	3.98E-12	1.17E-06
RSSer	1.06E-10	8.09E-06
RTLac	2.37E-09	2.08E-04
RYAqr	6.90E-10	7.92E-05
SXAur	2.02E-10	9.68E-06
TLMi	9.71E-10	9.09E-05
TWLac	1.00E-15	2.59E-10
UULeo	9.18E-10	1.16E-04
UWCyg	8.71E-10	1.20E-04
V0346Cyg	1.87E-09	2.75E-04
VWBoo	7.87E-11	4.16E-06
WWDra	1.00E-15	1.05E-10
XTri	1.62E-10	5.62E-06
ZPer	8.27E-10	7.22E-05

Kako je kod svih sistema dobijena masa treće komponente veća od  $13M_j$  ( $\approx 0.01M_\odot$ ) što je iz literature (Burgasser 2008) uzeto kao granica između mase koja odgovara planeti i onoj koja odgovara braon patuljku, zaključeno je da parametri trećeg pratioca kod svih sistema odgovaraju zvezdi. Međutim, kod sistema GV Leo dobijena je masa trećeg tela od  $223.77 M_\odot$  što ne odgovara zvezdi.

## Zaključak

Dobijena minimalna masa trećeg pratioca mora da se slaže sa fotometrijskim merenjima sjaja eklipsnog sistema, odnosno ako postoji, treće telo dobijene mase bi trebalo da bude znatno tamnije od eklipsnog para. Za ovu proveru neophodni su podaci o masama dvojnih sistema. Takođe, jedan od načina za dalju proveru rezultata bi bilo ispitivanje stabilnosti sistema simulirajući dinamičku evoluciju sa dobijenim parametrima trećeg pratioca. Ako postoji, potrebno je da trojni sistem sa dobijenim parametrima bude stabilan odnosno da nema međusobnog plimskog efekta, transfera mase kao ni perturbacija od strane drugih sila. Ukoliko se ispostavi da trojni sistem sa dobijenim parametrima nije stabilan, promene u varijacijama trenutaka pomračenja su verovatno uzrokovane nekim drugim efektom a ne efektom svetlosnog kašnjenja usled postojanja trećeg pratioca.

## Reference

- Borkovits T., Elkhateeb M. M., Csizmadia Sz., Nuspl J., Bíró I. B., Hegedüs T., Csorvási R. 2005. Indirect evidence for short period magnetic cycles in W UMa stars. Period analysis of five overcontact systems. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 441, 1087:1097.
- Burgasser A. J. 2008. Brown dwarfs: Failed stars, super Jupiters. *Physics Today*, vol. 61, 70:71.
- Frieboes-Conde H., Herczeg T. 1973. Period variations of fourteen eclipsing binaries with possible light-time effect, vol. 12, 1:78.
- Gajdoš P., Parimucha Š. 2019. New tool with GUI for fitting O-C diagrams. *Proceedings of the 50th Conference on Variable Stars Research*, vol. 197, 71:77.
- Hajdu T., Borkovits T., Forgács-Dajka E., Sztakovics J., Marschalkó G., Kutrovátz G. 2019. Eclipse timing variation analysis of OGLE-IV eclipsing binaries towards the Galactic Bulge - I. Hierarchical triple system candidates, vol. 485, 2562:2572.
- Irwin J. B. 1952. The Determination of a Light-Time Orbit. *Astrophysical Journal*, vol. 116, 211:217.
- Tokovinin A. 2017. Orbit Alignment in Triple Stars. *The Astrophysical Journal*, vol. 844
- van't Veer F., Maceroni C. 1989. The angular momentum loss for late-type stars. *Astronomy and Astrophysics*, vol. 220, 128:134.
- Web 1: <https://www.aavso.org/bob-nelsons-o-c-files>
- Web 2: <http://var2.astro.cz/ocgate/>