

---

Teodora Srećković

## Modelovanje atmosfere zvezde HD209458 sa egzoplanetom

---

Konstruisan je semi-empirijski model atmosfere zvezde HD 209458, spektralne klase G0V, oko koje kruži egzoplaneta, na osnovu poznatog modela potamnjivanja ka rubu. Pri konstrukciji modela atmosfere korišćene su sledeće aproksimacije: plan-paralelna geometrija, staticnost, stacionarnost, odsustvo magnetnog polja i ravnoteža zračenja. Uz prepostavku lokalne temodinamičke ravnoteže, korišćenjem kvadratnog modela potamnjivanja ka rubu, dobijena je raspodela temperature kao funkcija standardne optičke dubine u kontinuumu ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ ). Koeficijenti za model potamnjivanja ka rubu preuzeti su iz spektrofotometrijskih posmatranja zvezde na četiri talasne dužine (971, 678, 540 i 430 nm). Kao glavni izvor apsorpcije zračenja u kontinuumu uzeti su vezano-slobodni i slobodno-slobodni prelazi u negativnom jonu vodonika. Na osnovu izračunate temperature, iterativnom metodom određena je raspodela gasnog i elektronskog pritiska i koeficijenta apsorpcije. Dobijeni model je upoređen sa modelom iz MARCS baze, koji koristi parametre zvezde dobijene iz posmatranja. Zaključeno je da se najveće odstupanje kod svih raspodela javlja u najplićim slojevima. Uzrok ovih razlika može biti kvadratni model potamnjivanja ka rubu. Najveća razlika između modela javlja se kod raspodele elektronskog pritiska, gde na najmanjoj dubini naš model daje dva puta veću vrednost. Najmanja razlika javlja se kod raspodele gasnog pritiska i varira između 57% i 0.1%.

## Uvod

Atmosfera zvezde je prelazna oblast između zvezdane unutrašnjosti i međuzvezdane sredine. Zračenje koje se formiralo u unutrašnjosti zvezde prenosi se kroz atmosferu, a zatim je napušta i dolazi do posmatrača. Pri prenosu zračenja kroz atmosferu, ono stalno interaguje sa česticama atmosferskog gasa. Zbog ovih interakcija fizički uslovi u atmosferi (temperatura, pritisak i gustina) nisu isti na svim dubinama. Model atmosfere zvezde daje prikaz raspodele temperature, pritiska i gustine u funkciji dubine.

Posmatrani spektar zvezde izlaznog zračenja određen je fizičkim uslovima koji vladaju u atmosferi. Konstrukcija modela atmosfere zvezde omogućava nam da dobijemo teorijski spektar izlaznog zračenja zvezde čiji model konstruišemo, i uporedimo ga sa posmatranim spektrom te zvezde. Na taj način, poređenjem teorijskog i posmatranog spektra, možemo videti koliko dobro konstruisani model opisuje realnu atmosferu, i proveriti naša teorijska znanja o atmosferama zvezda, koja su bitna za strukturu zvezda i njihovu evoluciju.

Sunce je jedina zvezda koja je dovoljno blizu da se može meriti intenzitet zračenja sa raznih tačaka njene površine. Najdublji i najgušći sloj u atmosferi je fotosfera, iz koje nam dolazi svoje zračenje sa Sunca. Posmatrajući Sunčev disk,

---

Teodora Srećković (2002), Lebane, učenica 3. razreda Gimnazije u Lebanu

### MENTORSTVO:

Dušan Vukadinović, saradnik u nastavi,  
Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu  
Univerziteta u Beogradu

Ivana Bešlić, saradnica u nastavi, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu

Nikolina Milanović, studentkinja master studija,  
Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu)

možemo videti da je rub diska manje sjajan od centra, odnosno da se intenzitet zračenja smanjuje od centra ka rubu. Ovaj efekat se naziva potamnjene ka rubu, i javlja se kao posledica opadanja temperature sa visinom u atmosferi. Dakle, posmatrajući promenu sjaja po disku Sunca, možemo dobiti informaciju o promeni temperature sa dubinom. Ako prepostavimo da je atmosfera u hidrostatickoj ravnoteži, tj. da pritisak gasa uravnotežava gravitacioni pritisak, i ako nam je poznat hemijski sastav zvezde, na osnovu izračunate promene temperature možemo odrediti promenu pritiska sa dubinom. Ukupan pritisak u zvezdanim atmosferama predstavlja zbir gasnog, magnetnog i radijativnog pritiska. Kod Sunca i ostalih hladnih zvezda, dominantan je gasni pritisak, koji potiče od atoma, jona i elektrona.

Efekat potamnjena ka rubu postoji i kod ostalih zvezda, ali se ne može direktno posmatrati, jer su one previše daleko, i smatraju se tačkastim izvorom. Zbog toga se ne može meriti intenzitet zračenja sa raznih tačaka njihove površine. Međutim, ukoliko zvezda ima planetu koja kruži oko nje, iz krive sjaja zvezde, dobijene fotometrijskim posmatranjem tranzita, može se dobiti promena intenziteta zračenja po disku zvezde (Howarth 2011).

U ovom radu je iz poznatog modela potamnjena ka rubu, koji je dobijen iz spektrofotometrijskih posmatranja tranzita (Howarth 2011) konstruisan model atmosfere zvezde HD209458. Konstruisani model je uporeden sa modelom iz MARCS baze sa zadatim parametrima zvezde ( $T_{\text{eff}}$ ,  $g$ , [Fe/H]). U MARCS bazi se nalaze modeli zvezda za određeni opseg efektivnih temperatura koji obuhvata i efektivnu temperaturu zvezde čiji je model konstruisan u ovom radu. Glavna aproksimacija koja je korišćena prilikom konstrukcije modela iz MARCS baze, lokalna termodinamička ravnoteža (LTR), (Gustafsson *et al.* 2008), korišćena je i u ovom radu. Međutim, mi smo koristili i aproksimacije koje kod MARCS modela nisu korišćene, pa se očekuje da MARCS model bolje opisuje atmosferu zvezde. Zbog toga je poređenje sa MARCS modelom dobar način da proverimo koliko dobro smo konstruisali model, i koliko korišćene aproksimacije utiču na sam model.

## Prenos zračenja kroz atmosferu zvezde

Energija koju zvezda emituje stvara se u njenoj unutrašnjosti u termonuklearnim reakcijama. Atmosfera zvezde ne sadrži izvor energije, već samo prenosi ukupnu energiju koju prima iz dubljih slojeva. Pri prenosu energije kroz atmosferu, mora biti ispunjen uslov energetske ravnoteže. Količina energije koja odozdo uđe u atmosferu jednaka je količini energije koja izade iz atmosfere u jedinici vremena, pa energetski fluks ostaje konstantan. S obzirom na to da se energija u fotosferi zvezda prvenstveno prenosi zračenjem i da su ostali oblici prenosa energije zanemarljivi, uslov energetske ravnoteže svodi se na uslov ravnoteže zračenja, odnosno na uslov da je fluks zračenja konstantan (Gray 2005).

Energija koja se zračenjem prenosi kroz atmosferu definiše se pomoću specifičnog intenziteta zračenja ( $I_v$ ). Specifični intenzitet zračenja sadrži informaciju o frekventnoj, prostornoj i ugaonoj zavisnosti polja zračenja. Vremenska zavisnost polja zračenja u ovom radu je zanemarena, jer su pri konstrukciji modela atmosfere razmatrani samo stacionarni, odnosno vremenski nezavisni problemi. Još jedna od aproksimacija, koja je korišćena pri konstrukciji modela, jeste plan-paralelna geometrija. Uz ovu aproksimaciju se  $I_v$  menja samo duž dubine, i može se predstaviti u funkciji dve promenljive: dubine  $d$  i ugla  $\theta$ , koji predstavlja ugao između pravca prostiranja zračenja i normale na površinu sa koje se zračenje prostire.

Kada bi temperatura u atmosferi zvezde bila konstantna i kada bi samo jedna temperatura određivala kretanje čestica, ekscitaciju, ionizaciju čestica i zračenje, tada bi zračenje i materija u atmosferi bili u stanju potpune termodinamičke ravnoteže (TDR). Tada bi zvezda zračila kao apsolutno crno telo, a intenzitet zračenja ne bi zavisio ni od dubine, ni od pravca prostiranja, već samo od frekvencije i temperature. Intenzitet zračenja bio bi opisan Plankovom funkcijom (Vukićević-Karabin 1994):

$$B_v(T) = \frac{2hv^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1} \quad (1)$$

gde je  $T$  temperatura,  $v$  frekvencija,  $c$  brzina svetlosti,  $h$  Plankova konstanta i  $k$  Bolcmanova konstanta.

U realnosti se polje zračenja u atmosferi znatno razlikuje od polja zračenja pri TDR. Intenzitet zračenja  $I_v$  se menja duž pravca prostiranja  $\mu$ , zavisi od optičke dubine  $\tau$  i ne može se opisati Plankovom funkcijom, već se dobija rešavanjem jednačine prenosa zračenja:

$$\mu \frac{dI_v(\tau_v, \mu)}{d\tau_v} = I_v(\tau_v, \mu) - \frac{\varepsilon_v}{\kappa_v} \quad (2)$$

gde je  $\mu = \cos \theta$ , a  $\tau_v$  optička dubina. Optička dubina je mera ukupne neporozračnosti u pravcu vizure za zračenje određene frekvencije, i raste sa geometrijskom dubinom. Oznakom  $\varepsilon_v$  označen je koeficijent emisije,  $\kappa_v$  je koeficijent apsorpcije i odnos ova dva koeficijenta predstavlja funkciju izvora:

$$S_v = \frac{\varepsilon_v}{\kappa_v} \quad (3)$$

Jednačina prenosa zračenja opisuje promenu intenziteta duž pravca prostiranja, izazvanu procesima apsorpcije (gubitka) i emisije (stvaranja) zračenja. Formalno rešenje jednačine prenosa zračenja za polubeskonačnu atmosferu je oblika (Rutten 2003):

$$I_v(\tau_v, \mu) = \int_{\tau_v}^{\infty} S_v(t_v) e^{-\frac{t_v - \tau_v}{\mu}} \frac{dt_v}{d\mu} \quad (4)$$

Intenzitet zračenja u nekoj tački atmosfere na optičkoj dubini  $\tau_v$  u pravcu  $\mu$  predstavlja sumu doprinosa funkcije izvora na svim optičkim dubinama  $\tau_v$ , oslabljenih za faktor  $e^{-\frac{t_v - \tau_v}{\mu}}$  na datom putu.

## Metod

### Raspodela temperature

Za određivanje raspodele temperature neophodno je poznavati promenu funkcije izvora  $S_\lambda$  sa optičkom dubinom. Ova promena  $S_\lambda$  određena je iz poznatog modela potamnjena ka rubu. Model potamnjena ka rubu daje raspodelu površinskog intenziteta zračenja po disku zvezde  $I_v(\tau_v = 0, \mu)$ . Ukoliko se prepostavi da je funk-

cija izvora linearna funkcija optičke dubine, rešavanjem jednačine prenosa zračenja dobija se Edington-Barbije relacija (Gray 2005):

$$I_v(0, \mu) = S_\lambda(\tau_\lambda = \mu) \quad (5)$$

Ova relacija govori da je, za svaki pravac posmatranja  $\mu$ , izlazni intenzitet koji vidimo, jednak funkciji izvora na optičkoj dubini  $\tau_\lambda = \mu$ , odnosno da taj izlazni intenzitet potiče sa tačno određene dubine u atmosferi. Realnosti je bliži komplikovaniji opis, po kome u formiranju izlaznog intenziteta, sa određenim doprinosima, učestvuje više „slojeva“ atmosfere, odnosno gde se intenzitet formira na određenom rasponu dubina u atmosferi.

Za određivanje promene funkcije izvora sa dubinom, korišćen je kvadratni model potamnjena ka rubu:

$$I_\lambda(0, \mu) = I_\lambda(0, 1) \times \\ \times [1 - b_1(1 - \mu) - b_2(1 - \mu)^2] \quad (6)$$

odakle je:

$$I_\lambda(\tau) = I_\lambda(1) [1 - b_1(1 - \tau) - b_2(1 - \tau)^2] \quad (7)$$

gde su  $b_1$  i  $b_2$  koeficijenti potamnjena ka rubu, dobijeni su iz posmatranja tranzita, i preuzeti iz rada Howarth (2011). Površinski intenzitet zračenja iz centra zvezde  $I_\lambda(0, 1)$  izračunat je na osnovu fluksa na površini zvezde (Howarth 2011):

$$I_\lambda(0, 1) = \frac{6F_\lambda}{\pi(6 - 2b_1 - b_2)} \quad (8)$$

dok je fluks na površini zvezde  $F_\lambda$  izračunat iz Plankovog zakona, na osnovu poznate efektivne temperature zvezde  $T_{\text{eff}} = 6071$  K.

Kako u atmosferi zvezde ne važi TDR, može se prepostaviti da ova ravnoteža važi lokalno, u tankom sloju atmosfere. Tada je zračenje u termodinamičkoj ravnoteži sa materijom na lokalnoj temperaturi. Ovu aproksimaciju nazivamo lokalna termodinamička ravnoteža (LTR). Pri ovoj aproksimaciji odnos koeficijenta emisije i apsorpcije u svakoj maloj oblasti atmosfere je isti kao u slučaju TDR, pa se funkcija izvora može aproksimirati Plankovom funkcijom na lokalnoj temperaturi. Kako je promena funkcije izvora sa optičkom dubinom poznata, promena temperature može se odrediti kao:

$$T(\tau_\lambda) = \frac{hc}{2k\lambda n \left( \frac{2hc^2}{\lambda S_\lambda(\tau_\lambda)} + 1 \right)} \quad (9)$$

## Pritisak u zvezdanim atmosferama

Pri konstrukciji modela atmosfere zvezde pretpostavljeno je da se materija u atmosferi ne kreće (statičnost) i da u atmosferi nema magnetnog polja. Pri ovim uslovima, na materijal unutar nekog elementa zapremine, deluje gravitaciona sila ka centru i sila pritiska ka površini. S obzirom na to da sila pritiska uravnovežava gravitacionu силу, u atmosferi zvezde će biti održana hidrostatička ravnoteža (HDR). Jednačina hidrostatičke ravnoteže daje vezu između ukupnog pritiska i optičke dubine, i može se zapisati kao:

$$\frac{dP}{d\tau_\lambda} = \frac{g}{\kappa_\lambda} \quad (10)$$

gde je  $g$  površinska gravitacija (Gray 2005). Kod hladnih zvezda, gde spada i HD209458, gasni pritisak je dominantan, pa se magnetni pritisak i pritisak zračenja mogu zanemariti. Tada je ukupan pritisak  $P$  jednak gasnom pritisku  $P_g$ . Integracijom jednačine (10) određena je zavisnost gasnog pritiska od standardne optičke dubine (optička dubina na  $\lambda = 500$  nm).

Elektronski pritisak  $P_e$ , koga stvaraju slobodni elektroni koji nastaju usled jonizacije neutralnih atoma, predstavlja deo gasnog pritiska. Elektronski pritisak zavisi od temperature i od hemijskog sastava zvezde. Za računanje elektronskog pritiska neophodno je da broj slobodnih elektrona bude poznat. S obzirom na to da je kod hladnih zvezda broj atoma koji su se dva puta ionizovali u atmosferi zanemarljiv, može se reći da je broj elektrona  $N_e$  jednak broju jednom ionizovanih atoma  $N_1$  (Gray 2005).

Odnos broja jednom ionizovanih i broja neutralnih atoma u atmosferi opisuje se Sahinom jednačinom ionizacije (Gray 2005):

$$\frac{N_{1j}}{N_{0j}} = \frac{\Phi_j(T)}{P_e} \quad (11)$$

gde je  $N_{1j}$  broj ionizovanih atoma  $j$ -og elementa a  $N_{0j}$  broj neutralnih atoma  $j$ -og elementa po jedinici zapremine. Oznakom  $\Phi_j(T)$  označen je

faktor za  $j$ -ti element koji zavisi od temperature i računa se kao (Irwin 1981):

$$\Phi_j(T) = 1.2020 \cdot 10^9 \frac{u_1}{u_0} \theta^{-\frac{5}{2}} \cdot 10^{-\theta T} \quad (12)$$

gde je  $\theta = 5040/T$  – energija ionizacije  $j$ -og elementa i  $\frac{u_1(T)}{u_0(T)}$  odnos particionih funkcija za jednom ionizovanom i neutralnom stanju  $j$ -og elementa. Ukoliko elektronski pritiak nastaje zbog ionizacije više različitih elemenata, neophodno je uračunati doprinos svakog elementa. Tada se elektronski pritisak može izračunati preko gasnog pritiska kao (Gray 2005):

$$P_e = P_g \frac{\sum_j A_j \frac{\Phi_j(T)/P_e}{1 + \Phi_j(T)/P_e}}{\sum_j A_j \left[ 1 + \frac{\Phi_j(T)/P_e}{1 + \Phi_j(T)/P_e} \right]} \quad (13)$$

gde je  $A_j$  zastupljenost  $j$ -og elementa i predstavlja odnos broja atoma  $j$ -og elementa i broja atoma vodonika u jedinici zapremine.

Za računanje raspodela gasnog i elektronskog pritiska, neophodno je da znamo i koeficijent apsorpcije. Sve tri veličine računate su kroz iterativnu šemu na osnovu prethodno izračunate raspodele temperature.

## Koeficijent apsorpcije u kontinuumu

Slabljenje zračenja pri prolasku kroz atmosferu opisuje koeficijent apsorpcije. Procesi koji dovode do apsorpcije zračenja u kontinuumu mogu se podeliti u dve grupe: vezano-slobodne prelaze i slobodno-slobodne prelaze. Pri vezano-slobodnim prelazima dolazi do ionizacije atoma, pa se deo energije apsorbovanog fotona troši na kinetičku energiju elektrona koji je oslobođen pri ionizaciji. Kod slobodno-slobodnih prelaza, slobodni elektron samo menja kinetičku energiju na račun energije apsorbovanog fotona.

Kako je vodonik najzastupljeniji element u zvezdanim atmosferama, on najviše doprinosi apsorpciji. Da bi apsorbovao foton u kontinuumu, atom vodonika mora da se ionizuje, što se kod hladnih zvezda, zbog niske temperature, retko događa. Međutim, pokazano je da se u oblastima niskih temperatura formiraju  $H^-$  joni

(atomi vodonika za koje je vezan još po jedan elektron), i da oni igraju bitnu ulogu u apsorpciji zračenja kod zvezda spektralnih klasa  $F$ ,  $G$  i  $K$  (Gray 2005). Pri određivanju modela atmosfere zvezde HD209458, kao izvor apsorpcije u kontinuumu, uzeti su upravo vezano-slobodni i slobodno-slobodni prelazi u  $H^-$  jonus.

Vezano-slobodni prelazi u  $H^-$  jonus imaju dominantan uticaj na talasnim dužinama manjim od 15000 angstremu. Koeficijent apsorpcije za ove procese (izražen u jedinicama  $cm^2$  po neutralnom atomu vodonika) računat je kao (Gray 2005):

$$\kappa_{vs}(H^-) = 4.158 \cdot 10^{-28} \alpha_{vs} P_e \theta^{5/2} \cdot 10^{0.75\theta} \quad (14)$$

gde parametar  $\alpha_{vs}$  predstavlja atomski koeficijent apsorpcije izražen u jedinicama  $10^{-18} cm^2$  po  $H^-$  jonus. Za pomenute procese i računat je kao:

$$\alpha_{vs}(H^-) = a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + \dots + a_6 \lambda^6 \quad (15)$$

gde su koeficijenti  $a_1 - a_6$  preuzeti iz knjige Gray (2005), a  $\lambda$  talasna dužina izražena u angstremima.

Slobodno-slobodni prelazi u  $H^-$  jonus imaju uticaj na svim talasnim dužinama. Koeficijent apsorpcije za ove procese (izražen u jedinicama  $cm^2$  po neutralnom atomu vodonika) računat je kao:

$$\kappa_{ss}(H^-) = 10^{-26} \cdot P_e \cdot 10^{f_1 + f_2 + \log \theta + f_3 \log^2 \theta} \quad (16)$$

gde su  $f_1$ ,  $f_2$  i  $f_3$  funkcije koje zavise od talasne dužine  $\lambda$  i preuzete su iz knjige Gray (2005).

Apsorpciji zračenja u kontinuumu, pored navedenih procesa koji zavise od  $\lambda$ , može doprineti i rasejanje na elektronima, koje ne zavisi od talasne dužine. Doprinos rasejanja na elektronima upoređen je sa doprinosom vezano-slobodnih i slobodno-slobodnih prelaza u  $H^-$  jonus. Zaključeno je da za zvezdu čiji model računamo rasejanje na elektronima ne igra bitnu ulogu, jer zvezda nije dovoljno topla. Iz tog razloga rasejanje nije uključeno pri računanju ukupnog koeficijenta apsorpcije.

Ukupan koeficijent apsorpcije obuhvata doprinos svih relevantnih procesa i računat je kao:

$$\kappa_{total} = \left[ \kappa_{vs} \cdot (1 - 10^{-\chi_\lambda \theta}) + \kappa_{ss} \right] \cdot \frac{1}{1 + \frac{\Phi_H(T)}{P_e}} \quad (17)$$

gde je  $\chi_\lambda = 1.2398 \cdot 10^4 \lambda/eV$ , a  $\Phi_H$  jednačina Saha-ja ionizacije za vodonik, koja je dobijena iz jednačine (11). Kako su koeficijenti apsorpcije za slobodno-slobodne i vezano-slobodne prelaze izraženi u jedinicama  $cm^2$  po neutralnom atomu vodonika, u gornjoj jednačini se javlja:

$$\left( 1 + \frac{\Phi_H}{P_e} \right)^{-1}$$

kako bi ukupan koeficijent apsorpcije bio izražen u jedinicama  $cm^2$  po čestici vodonika. On se dalje može izraziti u jedinicama  $cm^2/g$ , množenjem sa  $\frac{1}{2} \cdot 10^{-24} g/H$ , gde je  $g$  površinska gravitacija.

Kada se elektron u atomu nađe u pobuđenom stanju, i tu provede određeno vreme, dolazi do spontanog prelaska iz tog stanja više energije u stanje niže energije. Tada se emituje foton čija je energija jednaka razlici ta dva energetska stanja, a ovaj proces se naziva spontana emisija. Za razliku od spontane emisije, stimulisana emisija se dešava kada na atom u pobuđenom stanju nađe foton, čija je energija jedanaka razlici energetskog stanja u kome se pobuđeni elektron nalazi i nižeg energetskog stanja. Takav foton stimuliše prelazak pobuđenog elektrona u niže energetsko stanje, pri čemu se emituje foton koji ima istu energiju kao foton koji je stimulisao emisiju. S obzirom na to da se foton koji je naišao na elektron nije apsorbovao, već je stimulisao emisiju još jednog fotona iste energije, za njega kažemo da se negativno apsorbovao.

Procesi stimulisane emisije prate procese vezano-slobodnih prelaza. Zbog toga je u jednačini (17), koeficijent apsorpcije za vezano-slobodne prelaze pomnožen sa  $(1 - 10^{-\chi_\lambda \theta})$ , što predstavlja korekcioni faktor za negativnu apsorpciju (stimulisani emisiju).

Promena koeficijenta apsorpcije sa optičkom dubinom dobijena je iterativnom metodom zajedno sa gasnim i elektronskim pritiskom. Kao ulazna vrednost za iterativnu metodu uzeta je prepostavljena raspodela elektronskog pritiska. Vrednosti u ovoj raspodeli jednake su redu veličina koji odgovara vrednostima u poznatoj ras-

podeli elektronskog pritiska za Sunce, koja je data u knjizi Gray (2005). Na osnovu prepostavljene raspodele elektronskog pritiska iz jednačine (10) dobijena je i raspodela gasnog pritiska. Sa ulaskom u iterativnu metodu, iz jednačina (13) i (17) računat je elektronski pritisak i koeficijent apsorpcije za najplići sloj. Sa ovim vrednostima računata je nova vrednost gasnog pritiska za isti sloj, a dalje i nove vrednosti elektronskog pritiska i koeficijenta apsorpcije. Računanje novih vrednosti pritiska za isti sloj se ponavlja dok nove vrednosti ovih veličina ne zadovolje zadatu tačnost. Tačnost je zadovoljena kada dve uzastopno računate vrednosti budu jednakne na četvrtoj decimali. Nakon toga se prelazi na sledeći sloj, gde se postupak ponavlja, a računanje se nastavlja dok se ne dobiju vrednosti za najdublji sloj.

## Konstrukcija i analiza modela

Promena intenziteta zračenja po disku zvezde, odnosno potamnjivanje ka rubu, može se opisati različitim modelima. Na primer, u radu Claret i Bloemen (2011), korišćeni su linearni, kvadratni, koreni i logaritamski model zavisnosti intenziteta od pravca  $\mu$ . Kako bismo proverili na koji način izbor modela potamnjivanja utiče na dobijenu raspodelu temperature zvezde, uporedili smo dobijene raspodele temperature za svaki od pomenutih modela iz rada Claret i Bloemen (2011), gde su koeficijenti za modele potamnjivanja dobijeni iz poznatih teorijskih modela atmosfere zvezde HD209458. Dobijeno je da relativna razlika između različitih modela najveća za najpliće slojeve, ali da i tu ne prelazi preko 4%, ako se ovi koeficijenti primene na hladnu zvezdu čiji model računamo ( $T_{\text{eff}} = 6071 \text{ K}$ )

Pri ovom poređenju koristili smo koeficijente koji su dobijeni iz već poznatih modela atmosfere. S obzirom na to da je cilj rada izračunavanje modela atmosfere zvezde, ovi koeficijenti nisu korišćeni u daljem radu. Kako smo primetili da odabrani model potamnjivanja ka rubu ne utiče bitno na raspodelu temperature, zbog dostupnosti podataka, u ovom radu korišćeni su koeficijenti koji su dobijeni iz posmatranja tranzita i preuzeti su iz rada Howarth (2011). U tom radu je tranzit posmatran na nekoliko talasnih dužina,

i iz tih posmatranja su izračunati koeficijenti za kvadratni model potamnjivanja ka rubu, za svaku od talasnih dužina. U ovom radu smo koristili koeficijente dobijene za talasne dužine od 971 nm, 678 nm, 540 nm i 430 nm, jer se na ostalim dostupnim talasnim dužinama javljaju procesi apsorpcije koji nisu obuhvaćeni našim modelom.

Za konstrukciju modela atmosfere zvezde HD209458 uzeti su parametri: efektivna temperatura  $T_{\text{eff}} = 6071 \text{ K}$ , spektralna klasa G0V, logaritam površinske gravitacije  $\log g = 4.5$  i metaličnost  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.03$  (del Burgo i Allende Prieto 2016).

Pošto koeficijent apsorpcije kontinuma zavisi od talasne dužine, posmatranjima na različitim talasnim dužinama mogu se dobiti informacije sa različitih dubina u atmosferi. Kada je koeficijent apsorpcije veći, to znači da zračenje koje dobijamo stiže iz dubljih slojeva atmosfere i obrnuto. Za pomenute četiri talasne dužine dobijene su četiri raspodele temperature, koje, zbog pomenute zavisnosti koeficijenta apsorpcije od talasne dužine, obuhvataju različite opsege optičkih dubina (slika 1). Pored toga, vrednosti temperaturu za različite talasne dužine za istu optičku dubinu nemaju istu vrednost. Stoga su ove četiri raspodele temperatura usrednjene posebno na svakoj optičkoj dubini, čime je dobijena jedna srednja raspodela temperature u funkciji standardne optičke dubine  $\tau_0$  ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ ). Ova usrednjena raspodela upoređena je sa modelom iz MARCS baze (slika 2).

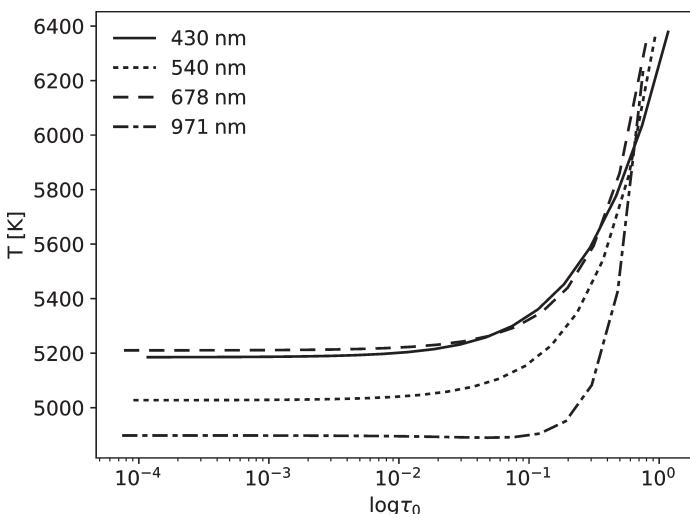
MARCS baza sadrži modele atmosfera zvezda spektralne klase F, G i K, gde spada i zvezda HD209458 (spektralna klasa G). Model se dobija na osnovu zadate efektivne temperature, metaličnosti i površinske gravitacije zvezde. Ovi parametri ne mogu da se biraju proizvoljno, već se za  $T_{\text{eff}}$ , kreću u opsegu 2500–8000 K, sa korakom od 100 K između 2500 i 4000 K, i korakom 250 K između 4000 i 8000 K. Za logaritam površinske gravitacije (u cgs jedinicama) vrednosti se kreću između -1 i 5.5, sa korakom od 0.5, dok se za metaličnost kreću u opsegu od -5 do 1, sa različitim koracima (Gustafsson *et al.* 2008). Zbog toga je naš model atmosfere upoređen sa modelom iz MARCS baze koji odgovara vrednostima  $T_{\text{eff}} = 6000 \text{ K}$ ,  $\log g = 4.5$  i  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$ , jer je ovaj set vrednosti parametara najbliži vred-

nostima za zvezdu HD 209458 ( $T_{\text{eff}} = 6071$  K,  $\log g = 4.5$  i  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.03$ ).

Model iz MARCS baze je dobar poredbeni model za model konstruisan u našem radu, jer su pri konstrukciji oba modela korišćene sledeće aproksimacije: lokalna termodinamička ravnoteža, hidrostatička ravnoteža, plan-paralelna geometrija, stacionarnost i ravnoteža zračenja. Međutim, naš model koristi i aproksimacije koje nisu obuhvaćene u MARCS modelu, pa se zbog toga očekuje da MARCS model bolje opisuje realne fizičke uslove u atmosferi. Jedna od bitnijih razlika je ta što je u MARCS modelu obuhvaćeno

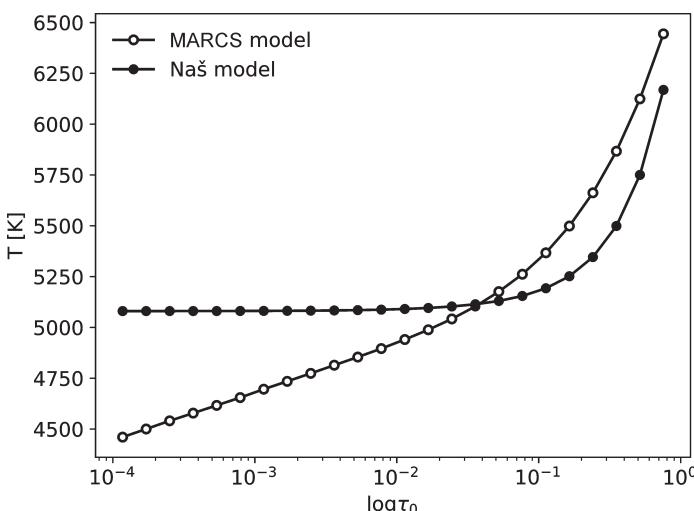
mnogo više procesa koji dovode do apsorpcije zračenja, a uračunati su i doprinosi većeg broja hemijskih elemenata (Gustafsson *et al.* 2008).

Može se videti da se kod raspodele temperature (slika 2) razlika između ova dva modela povećava sa smanjenjem optičke dubine, tj. da se najveće odstupanje javlja u najplićim slojevima gde je  $\tau \approx 10^{-4}$ . Ovo je posledica kvadratnog modela potamnjivanja ka rubu, koji daje manje pouzdane rezultate u oblastima blizu ruba. Ovo se može rešiti korišćenjem drugog modela potamnjivanja ka rubu, koji je opisan sa 4 koeficijenata (Knutson *et al.* 2007), i koji daje pouzdanije



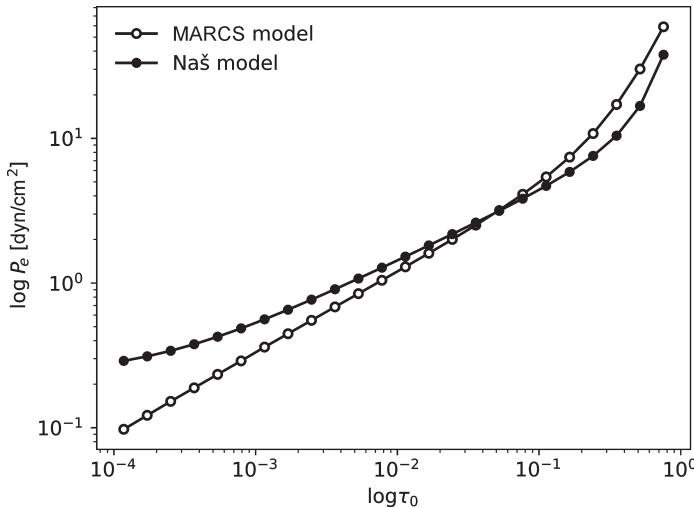
Slika 1. Raspodela temperature za zvezdu HD209458 u funkciji  $\tau_0$  za posmatranja na različitim talasnim dužinama

Figure 1. Temperature distribution in the HD209458 stellar atmosphere as a function of  $\tau_0$ , for observation in different wavelengths

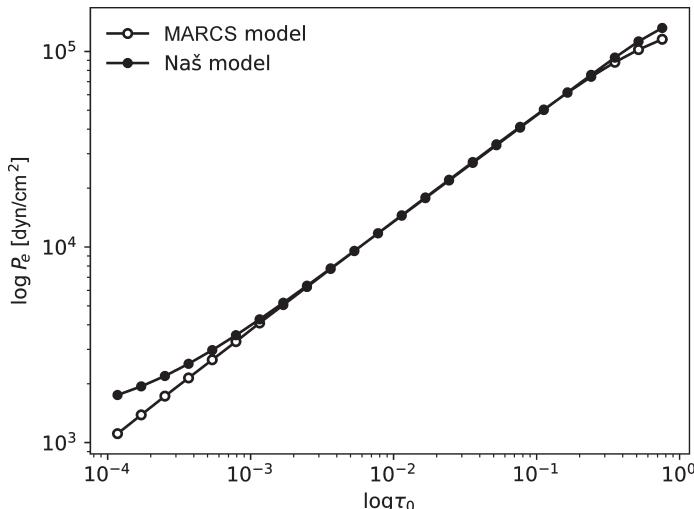


Slika 2. Usrednjena raspodela temperature za zvezdu HD 209458 i raspodela temperature iz MARCS modela dobijena za  $T_{\text{eff}} = 6000$  K,  $\log g = 4.5$  i  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$

Figure 2. Mean of temperature distribution in the HD209458 stellar atmosphere and temperature distribution from MARCS model for  $T_{\text{eff}} = 6000$  K,  $\log g = 4.5$  and  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$



Slika 3. Raspodela elektronskog pritiska za zvezdu HD 209458 i raspodela elektronskog pritiska iz MARCS modela dobijena za  $T_{\text{eff}} = 6000 \text{ K}$ ,  $\log g = 4.5$  i  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$



Slika 4. Raspodela gasnog pritiska za zvezdu HD 209458 i raspodela gasnog pritiska iz MARCS modela dobijena za  $T_{\text{eff}} = 6000 \text{ K}$ ,  $\log g = 4.5$  i  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$

Figure 4. Distribution of electron pressure in the HD209458 stellar atmosphere and distribution of electron pressure from MARCS model for  $T_{\text{eff}} = 6000 \text{ K}$ ,  $\log g = 4.5$  and  $[\text{Fe}/\text{H}] = 0$

rezultate na rubu diska zvezde, ali za koji nisu bili dostupni posmatrački podaci. Razlika između modela postoji i u dubljim slojevima, ali je ona znatno manja. Najmanje odstupanje javlja se na  $\tau \approx 0.34$  i iznosi 0.2%.

Na osnovu prethodno izračunate temperature, određene su raspodele gasnog i elektronskog pritiska u funkciji  $\tau_0$ , koje su prikazane su na slikama 3 i 4. Pri računanju elektronskog pritiska, kao donor elektrona uračunati su H, He, C, Fe, Si i Mg atomi, pri čemu je pretpostavljeno da svaki atom donira samo po jedan elektron. Zastupljenost ovih elemenata dobijena je tako što je

na osnovu metaličnost zvezde reskalirana poznata zastupljenost ovih elemenata kod Sunca. Zastupljenost elemenata kod Sunca preuzeta je iz rada Asplund *et al.* (2009).

Kao i raspodela temperature, i raspodele pritiska upoređene su sa modelom iz MARCS baze. S obzirom na to da raspodela temperature utiče na raspodelu pritiska, i ove raspodele se najmanje slažu sa MARCS modelom u pličim slojevima. Zavisnost raspodele pritiska od raspodele temperature ispitali smo tako što smo koristili raspodelu temperature iz MARCS modela, i sa njom izračunali raspodele pritiska. Raspodele pritiska dobijene na ovakav način manje se razlikuju od

raspodela iz MARCS modela, nego one dobijene korišćenjem naše raspodele temperature.

Posmatrajući sve tri raspodele i njihovim poređenjem sa raspodelama iz MARCS baze, zaključeno je da se najveća razlika između modela javlja kod raspodele elektronskog pritiska, gde na najmanjoj dubini naš model daje dva puta veću vrednost. Najmanja razlika javlja se kod raspodele gasnog pritiska i varira između 57 i 0.1 procenata.

## Zaključak

U ovom radu konstruisan je semi-empirijski model atmosfere zvezde HD 209458, na osnovu poznatog modela potamnjena ka rubu, dobijenog iz posmatranja tranzita. Prilikom računanja temperature bitne aproksimacije su lokalna termodinamička ravnoteža i ravnoteža zračenja. Pri računanju koeficijenta apsorpcije primenjene su aproksimacije koje važe za zvezde sa nižom efektivnom temperaturom. Prilikom računanja pritiska kao donor elektrona uzeti su H, He, C, Fe, Si i Mg atomi.

Konstruisani model upoređen je sa modelom iz MARCS baze, odakle je zaključeno da se najveća razlika između modela javlja kod raspodele elektronskog pritiska, a najmanja kod raspodele gasnog pritiska. Da bi se dobio model koji se bolje poklapa sa MARCS modelom, najbitnije je bolje izračunati raspodelu temperature, jer ona utiče i na raspodele pritiska. Za bolje rezultate raspodele temperature, potrebno je koristiti drugi oblik modela potamnjena ka rubu, jer kvadratni model ne opisuje dovoljno dobro promenu intenziteta blizu ruba. Ovu promenu bolje opisuje četvoroparametarski model, koji bi dao bolje rezultate, ali za koji nismo imali posmatračkih podataka.

Da bi se uporedilo koliko se konstruisani model poklapa sa realnim fizičkim ulovima u zvezdi, neophodno je rešiti jednačinu prenosa

zračenja kroz atmosferu čiji je model izračunat. Rešenje jednačine bila bi raspodela izlaznog intenziteta u zavisnosti od talasne dužine, tj. teorijski spektar zvezde, koji bi mogao da se uporedi sa posmatranim spektrom za istu zvezdu.

## Literatura

- Asplund M., Grevesse N., Sauval A., Scott P. 2009. The chemical composition of the Sun. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **47** (1): 481.
- del Burgo C., Allende Prieto C. 2016. Accurate parameters for HD 209458 and its planet from HSTspectrophotometry. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **463** (2): 1400.
- Claret A., Bloemen S. 2011. Gravity and limb-darkening coefficients for the Kepler,  $C_0R_0T$ , Spitzer, uvby, UBVRJHK, and Sloan photometric systems. *Astronomy & Astrophysics*, **529**: A75.
- Gray D. 2005. *The observation and analysis of stellar photospheres*. Cambridge University Press
- Gustafsson, B., Edvardsson, B., Eriksson, K., Jorgensen, U., Nordlund, A. and Plez, B., 2008. A grid of MARCS model atmospheres for late-type stars. *Astronomy & Astrophysics*, **486** (3): 951.
- Howarth I. 2011. On stellar limb darkening and exoplanetary transits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **418** (2): 1165.
- Irwin A. 1981. Polynomial partition function approximations of 344 atomic and molecular species. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, **45**: 621.
- Knutson H., Charbonneau D., Noyes R., Brown T., Gilliland R. 2007. Using stellar limb-darkening to refine the properties of HD 209458b. *The Astrophysical Journal*, **655** (1): 564.
- Rutten R. 2003. *Radiative Transfer in Stellar Atmospheres*. Utrecht: Utrecht university lecture notes
- Vukićević-Karabin M. 1994. *Teorijska astrofizika*. Beograd: Naučna knjiga

---

*Teodora Srećković*

## Modeling the Atmosphere of the Planet-Hosting Star HD209458

We constructed a semi-empirical model of the stellar atmosphere for G0V class star HD209458 with an exoplanet. This model relies on the assumptions of a static and stationary atmosphere with plan-parallel geometry, in radiative equilibrium and the absence of a magnetic field. With the assumption of local thermodynamic equilibrium, using the known quadratic model of limb darkening, temperature distribution was calculated as a function of standard optical depth ( $\lambda = 500$  nm) in continuum. Limb darkening coefficients are obtained from spectrophotometric observation of the star, in different wavelengths (971 nm, 678 nm, 540 nm, 430 nm). Bound-free and free-free transitions in negative hydrogen ion were considered as the main sources of absorption of radiation in continuum. On account of the calculated temperature, using

the iterative method, the distribution of electron pressure, gas pressure and the continuum absorption coefficient were calculated. Distribution of gas pressure was calculated from the equation of hydrostatic equilibrium. While calculating the electron pressure, we assumed that H, He, C, Fe, Si and Mg atoms are electron donors, whereby each atom is donating one electron only. The obtained model of stellar atmosphere was compared with the model from the MARCS database and it was concluded that the greatest differences within all distributions appear on the lowest optical depths. The cause of this difference can be the quadratic limb darkening model, which becomes less accurate near the limb. The greatest difference appears within electron pressure distributions, where on the lowest optical depth our model gives twice the value of electron pressure of the MARCS model. The smallest difference appears within gas pressure distribution, varying between 57% and 0.1%. 