Janko Đurić

Klasični testovi opšte relativnosti u efektivnom proširenju njutnovske gravitacije

U ovom radu je ispitano da li je moguće opisati klasične testove Opšte teorije relativnosti (OTR) primenom pristupa efektivnih teorija na njutnovsku gravitaciju, kao i skale i ograničenja konstruisane efektivne teorije. Efektivna teorija je konstruisana tako što je, pored člana $(\nabla\Phi)^2$ *u Lagranžijanu njutnovske gravitacije, dodato i efektivno proširenje oblika* $\Lambda^2\nabla(\nabla^2\Phi)\nabla\Phi$*, gde je* Λ *nova skala dužine čiju vrednost želimo da odredimo. Ispitana su tri problema. Prvi problem se tiče precesije, odnosno pomeranja perihela Merkura. Drugi problem se odnosi na to da svetlost, koja je modelovana kao masivna njutnovska čestica, skreće pod uticajem gravitacionog polja masivnog objekta. Treći problem, „Šapirovo vremensko kašnjenje”, odnosi se na razliku u vremena koje svetlosti treba da pređe put između dve tačke u gravitacionom polju, od onog koje bi joj trebalo van gravitacionog polja. Dobijeni rezultati za precesiju perihela Merkura i skretanje svetlosti ukazuju na to da je, uz adekvatnu vrednost parametra* Λ*, ova dva problema moguće opisati efektivnom teorijom. Pošto je sve pomenute pojave moguće posmatrati, iz tih merenja je izračunata vrednost* Λ*. Međutim, rezultati dobijeni za Šapirovo kašnjenje daju vremensku razliku suprotnog znaka od očekivanog iz OTR. To govori da, uprkos uspehu efektivne teorije pri opisu prva dva fenomena, postoje i njena ograničenja.*

Uvod

Svemir kakav poznajemo uređen je hijerarhijski, po energetskim skalama. Drugim rečima, svaka pojava se odvija na sebi karakterističnoj energetskoj skali, pa su i sve teorije u fizici validne do neke energetske skale. Na primer, njutnovska gravitacija dobro opisuje orbite nekih planeta u Sunčevom sistemu, dok to ne uspeva u slučajevima jakog gravitacionog polja. Pristup efektivnih teorija nam omogućava da, sa jedne strane, postojeće teorije proširimo na više energetske skale, i sa druge strane suzimo na niže (Wells 2012).

Postavlja se pitanje da li su naučnici 19. veka, u vreme dominacije njutnovske gravitacije, koristeći ovaj pristup mogli da reše probleme koji su dovodili u pitanje tačnost Njutnove teorije kao (univerzalne) teorije gravitacije. Želimo da ispitamo da li je efektivni pristup upravo bio rešenje, posmatrajući sledeće probleme:

1. Precesija perihela Merkura
2. Skretanje svetlosti u gravitacionom polju
3. Šapirovo vremensko kašnjenje

Ovi problemi su odabrani jer njutnovska gravitacija ne može adekvatno da ih opiše, a omogućavaju nam da posmatramo slučajeve malo jačih gravitacionih polja. Takvi slučajevi su posebno interesantni, jer očekujemo neuspeh njutnovske gravitacije pri njihovom opisivanju. Detaljniji opisi problema nalaze se u odgovarajućim odeljcima.

Janko Đurić (2003), Valjevo, učenik 2. razreda Valjevske gimnazije

MENTORI:

Mateja Bošković, student master studija Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Vladan Đukić, student osnovnih studija Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Nikola Savić, student osnovnih studija Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Pored navedenih eksperimentalnih problema, njutnovska gravitacija, kao i njutnovska mehanika, ima i konceptualne propuste. Pojam apsolutnog prostora i vremena i beskonačne brzine prostiranja sile, na kojima se one zasnivaju su pogrešni, i takođe su jedan od razloga za pogrešna predviđanja u određenim slučajevima.

Kompletnija i uspešnija teorija gravitacije od njutnovske je upravo opšta teorija relativnosti (OTR). U diskusiji ćemo, sa današnje tačke gledišta, uporediti naše rezultate sa rezultatima iz OTR. Rezultati za precesiju perihela Merkura i njutnovski deo računa skretanja svetlosti u gravitacionom polju reprodukovani su iz Wells (2012) i Will (1988), respektivno. Rezultati Šapirovog vremenskog kašnjenja i skretanja svetlosti u gravitacionom polju u efektivnom proširenju, kao i celokupna diskusija su originalan doprinos.

Konstrukcija efektivne teorije

Konstrukcija efektivne teorije podrazumeva konstrukciju lagranžijanske gustine (u daljem tekstu samo lagranžijan) koja opisuje dinamiku razmatranog polja. Iz datog lagranžijana slede Ojler-Lagranžove jednačine koje predstavljaju jednačine kretanja. Kako se ovde bavimo njutnovskom gravitacijom, polazimo od lagranžijana njutnovskog gravitacionog polja (Poisson i Will 2014):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi G}(\nabla\Phi)^2 + \Phi\rho$$

Variranjem istog dobijamo:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\,\rho$$

što daje klasičan njutnovski potencijal materijalne tačke:

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r}$$

Efektivno proširenje uvodimo kao članove višeg reda u njutnovski lagranžijan. Bitan uslov koji moramo ispuniti jeste da zadržimo sve simetrije polazne teorije. Simetrije predstavljaju osobine teorije da ostane nepromenjena (istog oblika) primenom neke transformacije. Njutnovski lagranžijan je simetričan u odnosu na prostornu translaciju, rotaciju i prostornu inverziju. Stoga, dodatni član morao bi da sadrži izvode; da bude skalar, da bi poštovao rotacionu simetriju; kao i parnog stepena da bi ostao isti pri prostornoj inverziji, odnosno prelasku koordinata iz x u $-x$. Najjednostavniji član koji zadovoljava navedene uslove je oblika $\nabla(\nabla^2\Phi)\nabla\Phi$, a radi dimenzione konzistentnosti potrebno je dodati i parametar Λ, dimenzija dužine. Konačan lagranžijan tada izgleda ovako:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8\pi G}[(\nabla\Phi)^2 - \Lambda^2\nabla(\nabla^2\Phi)\nabla\Phi] + \Phi\rho$$

Znak ispred člana za efektivnu korekciju je *a priori* nepoznat, a zbog konzistentnosti sa precesijom perihela Merkura biramo negativan. Iz dimenzione analize može se proceniti oblik potencijala (Zee 2013):

$$\Phi(r) \approx -\frac{GM}{r}\left(1 + \frac{\Lambda^2}{r^2}\right)$$

Λ određujemo iz eksperimentalnih vrednosti.

Precesija perihela Merkura

Prvi problem koji je ukazivao na greške u njutnovskoj gravitaciji bio je upravo precesija perihela Merkura. Naime, tokom svake svoje orbite, Merkurov perihel se pomera za određeni ugao. Uzimajući u obzir gravitacione efekte svih planeta Sunčevog sistema predviđeno je pomeranje Merkurovog perihela za oko 5600″ (lučnih sekundi) po veku. Međutim, ovaj rezultat se razlikuje od posmatranog za 43″ po veku. Opisaćemo ovaj fenomen u efektivnom proširenju njutnovske gravitacije.

Iz drugog Njutnovog zakona imamo jednačinu kretanja (drugi član sa desne strane predstavlja ugaoni deo ubrzanja):

$$m\ddot{r} = -m\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}r} + \frac{ml^2}{r^3}$$

gde je $l = r^2\dot{\varphi}$ moment impulsa po jedinici mase, a φ ugao između x ose i vektora položaja $\vec{r}$. Zbog rotacione simetrije l je održano.

Uvođenjem smene $u = \frac{1}{r}$ i prelaženjem sa vremena na ugao kao nezavisnu promenjivu, dobijamo sledeću jednačinu:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2}+u=\frac{GM(1+3u^2\Lambda^2)}{l^2}$$

Poslednji član ove jednačine tretiraćemo kao malu perturbaciju. Jednačina nultog reda u perturbativnom razvoju izgleda ovako:

$$\frac{d^2u_N}{d\varphi^2}+u_N=\frac{GM}{l^2}$$

Ovo je njutnovska jednačina orbite i njeno rešenje je:

$$u_N(\varphi)=\frac{1}{\rho}(1+e\cos\varphi)$$

gde je $\rho=\frac{l^2}{GM}$ *latus rectum* orbite i $e=u_0\rho$ ekscentricitet orbite, a u_0 parametar koji zavisi od početnih uslova.

Druga jednačina, jednačina prvog reda u perturbativnom razvoju, je:

$$\frac{d^2u_1}{d\varphi^2}+u_1=\frac{3GM}{l^2}\Lambda^2u_N^2=$$

$$=\frac{3\Lambda^2}{\rho^3}(1+2e\cos\varphi+e^2\cos^2\varphi)$$

S obzirom da rešenje jednačine prvog reda zadovoljava početne uslove, potrebno nam je bilo koje partikularno rešenje, pa:

$$u_1=\frac{3\Lambda^2}{\rho^3}\left(1+e\varphi\sin\varphi+\frac{e^2}{3}\cos2\varphi+e^2\sin^2\varphi\right)$$

Konačno:

$$u(\varphi)=\frac{1}{\rho}(1+e\cos\varphi)+$$

$$+\frac{3\Lambda^2}{\rho^3}\left(1+e\varphi\sin\varphi+\frac{e^2}{3}\cos2\varphi+e^2\sin^2\varphi\right) \quad (1)$$

Ako je prvi perihel bio u $\varphi=0$, sledeći bi trebalo da bude u $\varphi=2\pi$. Međutim, vidimo da će, zbog člana $\varphi\sin\varphi$ u prethodnoj jednačini, on biti izmešten za neki mali ugao δ, odnosno:

$$\varphi=2\pi+\delta$$

Rešavanjem jednačine (1) perturbativno po δ, uvodeći smenu iznad, dobijamo:

$$\delta=6\pi\frac{\Lambda^2}{a^2(1-e^2)^2}$$

gde je a velika poluosa, a e ekscentricitet orbite.

Skretanje svetlosti u gravitacionom polju

Prilikom prolaska pored masivnih tela, putanja svetlosti se zakrivljuje za određeni ugao. Ovo za posledicu ima da zvezde koje su prividno u blizini Sunca vidimo izmeštene za taj isti ugao u odnosu na njihov pravi položaj. Taj ugao u slučaju Sunca iznosi oko 1.75″, dok njutnovska gravitacija predviđa dvostruko manju vrednost (Will 1988). Polazimo od jednačine (1) koju smo dobili u prethodnom problemu, i uvodimo smenu $\varepsilon^2=\frac{\Lambda^2}{\rho^2}$. Smemo da primenimo istu jednačinu, pošto svetlost posmatramo kao masivnu njutnovsku česticu (zbog jednakosti gravitacione i inercijalne mase nije nam bitno što ne znamo masu ove čestice).

Intenzitet brzine je:

$$\begin{aligned}v^2(\varphi)=-\frac{1}{8}\frac{l^2}{\rho^2}\Big(&-8-8e^2-48\varepsilon^2-72\varepsilon^4-\\&-108e^2\varepsilon^4-23e^4\varepsilon^4-72e^2\varepsilon^4\varphi^2-\\&-4e(4+3(4+e^2)\varepsilon^2+6e^2\varepsilon^4)\cos\varphi+\\&+4e^2\varepsilon^2(-4+3(5+e^2)\varepsilon^2)\cos2\varphi-\\&-4e^3\varepsilon^2\cos3\varphi+24e^3\varepsilon^4\cos3\varphi+3e^4\varepsilon^4\cos4\varphi-\\&-48e\varepsilon^2\varphi\sin\varphi-144e\varepsilon^4\varphi\sin\varphi-108e^3\varepsilon^4\varphi\sin\varphi-\\&-72e^2\varepsilon^4\varphi\sin2\varphi-12e^3\varepsilon^4\varphi\sin3\varphi\Big)\end{aligned} \quad (2)$$

Posmatrajmo najpre slučaj kada se čestica nalazi u beskonačnosti ($r\to\infty$) (slika 1):

$$\varphi_\infty=\frac{\pi}{2}+\delta$$

i

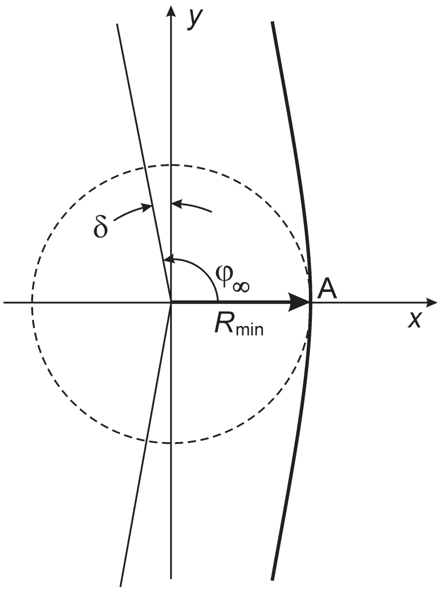
$$0=\frac{1}{r}=u|_{\varphi=\varphi_\infty}$$

Odnosno, u zavisnosti od δ:

$$0=u(\delta)=\frac{1}{\rho}\Big((1-e\sin\delta)+$$

$$+\frac{1}{2}\varepsilon^2(6+3e^2+3e(\pi+2\delta)\cos\delta+e^2\cos2\delta)\Big)$$

Ovu jednačinu ćemo rešavati perturbativno, a ε posmatrati kao malu perturbaciju. Nakon razvijanja desne strane po ε oko 0, zadržavajući se na članu kvadratnom po ε imamo:



Slika 1. Trajektorija svetlosti u gravitacionom polju. Isprekidanim linijama je prikazano masivno telo oko koga se svetlost kreće. R_{min} je najmanja udaljenost čestice od centra tela na putanji. δ je polovina ukupnog ugla skretanja (ugao između asimptota putanje i y-ose). Izvor: Will 1988.

Figure 1. The trajectory of light in a gravitational field. The massive body around which the light is moving is marked with the dashed line. R_{min} is the distance of the closest approach. δ is half of the deflection angle (the angle between the trajectory asymptotes and the y-axis). Source: Will 1988.

$$u(\delta_0 + \varepsilon^2 \delta_1) = \frac{1 - e \sin \delta_0}{\rho} +$$

$$+ \frac{6 + 3e^2 + e(3\pi + 6\delta_0 - 2\delta_1)\cos \delta_0 + e^2 \cos 2\delta_0}{2\rho} \cdot \varepsilon^2$$

Potrebno je da svi članovi u perturbativnom razvoju ispunjavaju početnu jednakost (u ovom slučaju sa nulom), te imamo:

$$\frac{1 - e \sin \delta_0}{\rho} = 0$$

i

$$\frac{6 + 3e^2 + e(3\pi + 6\delta_0 - 2\delta_1)\cos \delta_0 + e^2 \cos 2\delta_0}{2\rho} = 0$$

iz kojih slede rešenja:

$$\delta_0 = \arcsin \frac{1}{e} \quad \wedge \quad \delta_1 \approx 2e$$

$2e$ je dominantan član u izrazu za δ_1, pa ćemo ostale zanemariti.

Takođe, pošto je $e \gg 1$ (jer je trajektorija hiperbolična), $\delta_0 = \arcsin \frac{1}{e} \approx \frac{1}{e}$. Konačno:

$$\delta = \frac{1}{e} + 2\, e\varepsilon^2 \tag{3}$$

Da bismo odredili e, potrebno je da postavimo još jedan uslov. Uzimamo da je brzina čestice u beskonačnosti, mereno sa Zemlje, jednaka nekoj brzini c (van jakog gravitacionog polja) (Will 1988). Treba napomenuti da u njutnovskoj mehanici ne postoji jedinstvena brzina svetlosti, dok u specijalnoj teoriji relativnosti c predstavlja fundamentalnu konstantu prirode i to je brzina kojom se svetlost kreće u vakuumu.

Rešavajući jednačinu $v = c$ određujemo e. Dovoljno je da posmatramo samo njutnovski slučaj (kada je $\varepsilon = 0$), pošto je e koje se javlja svuda isto:

$$c = v(\delta_0 + \varepsilon^2 \delta_1)$$

odnosno:

$$c^2 = \left. \frac{l^2(1 + e^2 - 2e \sin \delta_0)}{\rho^2} \right|_{\varepsilon=0}$$

Odatle sledi:

$$e = \frac{\sqrt{l^2 + c^2\rho^2}}{l}$$

Iz uslova da je $u(0) = \frac{1}{R_{min}}$ dobijamo vezu:

$$R_{min} = \frac{\rho}{1 + e}$$

Onda je:

$$e = \frac{c^2 R_{min}}{GM} + 1 \tag{4}$$

Konačno iz (3) i (4) imamo da je ukupan ugao skretanja:

$$\theta = 2\delta = 2\frac{GM}{c^2 R_{min}} + 4\Lambda^2 \frac{GM}{c^2 R_{min}^3}$$

Šapirovo vremensko kašnjenje

Šapirovo vremensko kašnjenje odnosi se na kašnjenje prilikom putovanja svetlosti od Zemlje do Venere. Pod kašnjenjem se u ovom kontekstu podrazumeva razlika u vremenu koje svetlosti treba da pređe to rastojanje pod uticajem gravitacionog polja i u slučaju kada se nalazi van gravitacionog polja (Zee 2013).

Vremenska razlika iznosi:

$$\Delta t = 2(t - t_0)$$

gde je t vreme potrebno za put u prisustvu gravitacionog polja, a t_0 vreme potrebno za put van gravitacionog polja.

Vreme t je računato kao integral količnika elementa dužine i brzine. Element dužine u polarnim koordinatama je $\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + r^2}$, a brzina je ista kao u prethodnom slučaju (jednačina (2)). Vreme t_0 računamo kao količnik pređenog puta i brzine (u skladu sa prethodnim odeljkom, uzimamo da je brzina svetlosti van gravitacionog polja jednaka c). Iz geometrije sistema se vidi da je pređeni put (rastojanje između Zemlje i Venere) jednak:

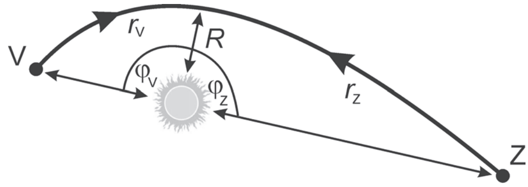
$$D = \frac{r_\mathrm{V}}{\sin \varphi_\mathrm{V}} + \frac{r_\mathrm{Z}}{\sin \varphi_\mathrm{Z}} = R(1+e) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{\sin \varphi_\mathrm{V}(1 + e\cos\varphi_\mathrm{V})} + \frac{1}{\sin \varphi_\mathrm{Z}(1 + e\cos\varphi_\mathrm{Z})} \right)$$

(pod pretpostavkom da su su uglovi između planeta, Sunca i tačke najbližeg prilaza $\approx 90°$) (slika 2). Ceo izraz je pomnožen sa dva jer se gleda razlika prilikom prolaska svetlosti u oba smera. Stoga imamo:

$$\Delta t = 2\int_{\varphi_\mathrm{Z}}^{\varphi_\mathrm{V}} \frac{\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}\varphi}\right)^2 + r^2}}{v(\varphi)}\mathrm{d}\varphi - \frac{2\cdot D}{c}$$

Konačno, rešavanjem integrala i, pošto dobijene jednačine nisu rešive analitički, razvijanjem celog izraza po ε, $\frac{R}{r_\mathrm{Z}}$ i $\frac{R}{r_\mathrm{V}}$, zadržavajući se na kvadratnim članovima:



Slika 2. Debelom crnom linijom prikazana je putanja svetlosti. r_V i r_Z su redom udaljenosti Venere i Zemlje od tačke najbližeg prilaza. R je udaljenost u tački najbližeg prilaza. φ_V i φ_Z su uglovi između Zemlje, odnosno Venere, Sunca i R. Izvor: Zee 2013

Figure 2. The thick black line represents the trajectory of light. r_V and r_Z are the distances from Venus and Earth to the point of closest approach, respectively. R is the distance of the closest approach. $\varphi_\mathrm{V} / \varphi_\mathrm{Z}$ are the angles between Venus/Earth, the Sun and R. Source: Zee 2013

$$\Delta t = \frac{2R}{c}\left(\frac{1}{e}\log\frac{R^2}{4r_\mathrm{V}r_\mathrm{Z}} - e\left(\frac{r_\mathrm{V}^2 + r_\mathrm{Z}^2}{R^2}\right)\varepsilon^2 \right) =$$

$$= \frac{2GM}{c^3}\log\frac{R^2}{4r_\mathrm{V}r_\mathrm{Z}} - \frac{2\Lambda^2}{Rc}\left(\frac{r_\mathrm{V}^2 + r_\mathrm{Z}^2}{R^2}\right)$$

U čisto njutnovskom slučaju se dobija:

$$\Delta t = -\frac{2GM}{c^3}\log\frac{4r_\mathrm{V}r_\mathrm{Z}}{R^2}$$

što je suprotnog znaka u odnosu na izmerenu vrednost (što znači da bi svetlosti trebalo manje vremena kada bi se nalazila u gravitacionom polju).

Rezultati i diskusija

Iz posmatranja su poznate vrednosti precesije perihela Merkura (Wells 2012), ugao skretanja svetlosti u gravitacionom polju Sunca (Will 1988), kao i vrednost kašnjenja u poslednjem slučaju (Shapiro 1968). To nam omogućava da iz dobijenih jednačina odredimo vrednost parametra Λ. Kako se predikcija za Šapirovo kašnjenje po znaku ne slaže sa izmerenim vrednostima, nismo analizirali Λ dobijeno u tom slučaju. Rezultati za preostala dva problema su sledeći:

$$\Lambda_{\text{Merkur}} = 9.05 \times 10^6 \text{ m}$$
$$\Lambda_{\text{skretanje}} = 4.92 \times 10^8 \text{ m}$$

Pogledajmo sada šta možemo da zaključimo gledajući iz pozicije naučnika njutnovskog doba. Kako Λ nije isto u oba slučaja, zaključujemo da ono nije konstanta, već da zavisi od parametara orbite – ugaonog momenta po jedinci mase l i-ili energije po jedinici mase E, i to na sledeći način:

$$\frac{\Lambda_{\text{Merkur}}}{\Lambda_{\text{skretanje}}} \approx \left(\frac{l_{\text{Merkur}}}{l_{\text{skretanje}}}\right)^{0.96}$$

$$\frac{\Lambda_{\text{Merkur}}}{\Lambda_{\text{skretanje}}} \approx \left(\frac{E_{\text{Merkur}}}{E_{\text{skretanje}}}\right)^{0.24}$$

Vidimo da dobijeni rezultati nisu ustaljena fizička skaliranja kakva bismo očekivali da dobijemo. Prva najsmislenija pretpostavka je da se Λ skalira linearno sa l. Sada imamo:

$$\Lambda_{\text{Merkur}} \approx 0.85 \cdot \frac{l_{\text{Merkur}}}{c}$$

$$\Lambda_{\text{skretanje}} \approx 0.71 \cdot \frac{l_{\text{skretanje}}}{c}$$

Sa stanovišta njutnovske gravitacije nemamo osnova da pretpostavimo da je c neka značajna konstanta. Vrednosti zapisujemo u formi iznad radi jednostavnosti i daljeg poređenja.

Dakle, u jednom slučaju smo posmatrali Merkur, običnu masivnu česticu, a u drugom svetlost. Razlika u koeficijentima nam govori da naša teorija možda ne tretira masivne čestice i svetlost na isti način. Sa ovim rezonom se nismo sretali u njutnovskoj gravitaciji, već smo do sada svetlost posmatrali kao običnu česticu neke mase.

Sa današnjeg stanovišta, znamo da je teorija koja uspešno opisuje ove probleme opšta teorija relativnosti. Poznato nam je i da ona razlikuje masene i bezmasene čestice u gravitacionoj interakciji, što naslućujemo i iz naše efektivne teorije.

Jednačina kretanja u OTR (u Švarcšildovoj metrici) je (Tong 2019):

$$\frac{1}{2}\dot{r}^2 + \Phi_{\text{eff}}(r) = \frac{1}{2}\frac{E^2}{c^2} \qquad (5)$$

gde je efektivni potencijal:

$$\Phi_{\text{eff}}(r) = \frac{l^2}{2r^2} - \frac{GM}{r} - \frac{GMl^2}{r^3c^2}$$

za masivne, odnosno:

$$\Phi_{\text{eff}}(r) = \frac{l^2}{2r^2} - \frac{GMl^2}{r^3c^2}$$

za bezmasene čestice.

Primećujemo nekoliko razlika sa našim jednačinama:

1. U jednačini (5) parametar po kom se diferencira je sopstveno vreme za masivne, odnosno afini parametar za bezmasene čestice. Međutim, to nije od velikog značaja kako su u posmatranim problemima slaba gravitaciona polja i male brzine
2. Efektivni potencijal se od njutnovskog razlikuje za član $-\frac{GMl^2}{r^3c^2}$. Kako očekujemo da efektivna teorija dopuni tu razliku, možemo da uporedimo naš dodatni član sa ovim. Time vidimo da je $\Lambda \propto l$, što smo i pretpostavili.
3. OTR ne predviđa razliku u koeficijentima skaliranja Λ sa $\frac{1}{c}$ u slučajevima precesije perihela Merkura i skretanja svetlosti u gravitacionom polju koju mi imamo. Međutim, efektivni potencijali za masene i bezmasene čestice nisu isti – razlika koju, kao što je gore napomenuto, naslućujemo i iz naše teorije.

Još jedna stvar koja predstavlja problem je suprotan znak u teorijskoj i izmerenoj vrednosti u slučaju Šapirovog kašnjenja. Naš rezultat ukazuje na to da se svetlost brže kreće kada se nalazi u gravitacionom polju. To bi značilo da ona biva ubrzana pod uticajem gravitacije, te da se kreće brže od brzine svetlosti. Sa stanovišta OTR to odbacujemo, ali je u njutnovskoj mehanici dozvoljeno, što objašnjava dobijeno neslaganje.

Zaključak

Iako pristupom efektivnih teorija možemo da opišemo probleme precesije perihela Merkura i skretanja svetlosti u gravitacionom polju uspešno, problem predstavlja to što uvedeno proširenje ima različite vrednosti u tim slučajevima. Međutim, pokazali smo da ta razlika potiče iz prirode posmatranih pojava. Kao što smo videli u prethodnom odeljku, ona takođe nagovešta razliku u tretmanu masivnih i bezmasenih čestica u gravitacionoj interakciji.

Dalje, suprotan znak dobijen u slučaju Šapirovog kašnjenja ukazuje na ograničenja efektivne teorije, i da ona ne može da predvidi vrednost kašnjenja radarskog signala, kao što ne može ni njutnovska gravitacija.

Ta ograničenja mogu se javiti iz više razloga. Prvi je taj što u lagranžijanu nisu uključeni svi članovi koje simetrije dozvoljavaju i koji mogu da utiču na dinamiku sistema. Drugo, naša teorija ima iste konceptualne propuste kao njutnovska mehanika, pre svega mogućnost kretanja brzinom većom od brzine svetlosti i postojanje univerzalnog vremena. Drugi razlog je svakako uticajniji. Čak i kada bismo uključili sve članove koji su saglasni sa simetrijama, fundamenti teorije bi ostali isti. Sama efektivna teorija ne sadrži dublje fizičke principe od polazne.

Na kraju dolazimo do sledećih zaključaka:

- U slučaju Šapirovog kašnjenja, rezultat se u znaku ne poklapa sa posmatranim, što govori da efektivna teorija nije dovoljna za opis ovog problema.
- Ustanovljeno je da je $\Lambda \approx l/c$, što je u saglasnosti sa predviđanjima OTR.
- Iz efektivnog proširenja se može naslutiti razlika u tretmanu masivnih i bezmasenih čestica.

Zahvalnost. Veliku zahvalnost na strpljenju, usmeravanju i pomoći u razumevanju i rešavanju svih pojmova i problema dugujem mentorima Mateji Boškoviću, Vladanu Đukiću i Nikoli Saviću.

Literatura

Poisson E., Will C. M. 2014. *Gravity – Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic*. Cambridge University Press

Shapiro I. 1968. Fourth test of General Relativity: Preliminary results. *Physical Review Letters*, **21**: 266.

Tong D. 2019. *General relativity*. University of Cambridge

Wells J. D. 2012. *Effective theories in physics: From planetary orbits to elementary particle masses*. Springer

Will C. M. 1988. Henry Cavendish, Johann von Soldner, and the deflection of light. *American Journal of Physics*, 56: 413

Zee A. 2013. *Einstein gravity in a nutshell*. Princeton University Press

---

Janko Đurić

Classical Tests of General Relativity in the Effective Expansion of Newtonian Gravity

In this work we examined whether it is possible to describe the classical tests of General Relativity (GR) by applying the approach of effective theories on Newtonian gravity, as well as the scales and limits of the constructed theory. The effective theory was constructed in a way that, besides the $(\nabla\Phi)^2$ term in the Newtonian Lagrangian, the effective extension of the form $\Lambda^2\nabla(\nabla^2\Phi)\nabla\Phi$ (where Λ is the parameter whose value is to be determined), has been added.

Three problems were investigated, the first of which being the precession or displacement of Mercury's perihelion upon each completed orbit. The second problem refers to the deflection of light, which was modeled as a massive Newtonian particle, caused by a gravitational field. The third problem, "Shapiro time delay", regards the difference in time needed for light to travel the path from one point to another in a gravitational field, and the time it would need if it were outside one.

The results obtained for Mercury's perihelion precession and the bending of light indicate that, with the right choice of the parameter Λ, it is possible to describe these two problems with the effective theory. Because all the mentioned phenomena are observable, the value of Λ was obtained from those measurements.

However, the results obtained for the Shapiro delay predict that light needs less time when moving in a gravitational field, i.e. give the opposite sign of the time difference than predicted by GR. This happens because the light is accelerated by the gravitational field, and is thus moving faster than the speed of light (this is allowed in Newtonian mechanics), and therefore needs less time. The wrong sign of the Shapiro delay says that, despite the success of the effective theory in describing the first two phenomena, it has its own limitations.