

---

Jelena Špegar

## Posmatranje i analiza krive sjaja tranzita egzoplanete

---

*Posmatrani su i analizirani tranziti egzoplaneta WASP-69b, WASP-74b, Qatar-3b i WASP-10b. Metodom diferencijalne fotometrije dobijena je kriva sjaja tranzita. Korišćenjem modela tranzita dobijeni su radijus planete WASP-69b i inklinacija orbite  $R_p = (1.2 \pm 0.1) R_J$ ,  $i = (86 \pm 2)^\circ$ .*

---

### Uvod

Egzoplanete su planete van Sunčevog sistema koje se kreću oko svoje matične zvezde. Do sada je otkriveno više od 3500 egzoplaneta uz pomoć različitih metoda (web 1), od kojih su najčešće korišćene metoda radikalnih brzina i fotometrijska analiza tranzita. Tranzit je pomračenje zvezde koje se dešava kada se planeta nađe između Zemlje i posmatrane zvezde. Prilikom tranzita dolazi do smanjenja detektovanog sjaja zvezde. Analizom krive sjaja možemo dobiti parametre kao što su odnos radijusa zvezde i planete,  $r_s$  i  $r_p$ , respektivno, inklinacija i odnos radijusa zvezde i velike poluose orbite planete.

Cilj ovog rada je određivanje radijusa i inklinacije egzoplaneta WASP-69b, WASP-74b, Qatar-3b i WASP-10b pomatranjem njihovih tranzita i poređenjem posmatranja sa modelom, uz prepostavku da je radijus zvezde poznat.

### Posmatranja

Posmatranja su vršena korišćenjem teleskopa „Nedeljković“ (reflektora) Astronomске stанице Vidojevića (Prokuplje, Srbija) prečnika  $R = 0.6$  m i žižne daljine  $f = 6$  m. U tabeli 1 dat je spisak

posmatranih planeta sa osnovnim parametrima posmatranja.

Zbog tehničkih problema prilikom snimanja (nefokusirana CCD kamera, malo vidno polje zbog čega nije bilo dovoljno poredbenih zvezda), podaci za tri tranzita nisu bili upotrebljivi, pa je urađena analiza samo krive sjaja tranzita egzoplanete WASP-69b. Prilikom snimanja nije pokriven početni deo tranzita. Pored light snimaka na kojim se uočava posmatrani objekat, snimani su i kalibracioni snimci. Ovi snimci su neophodni za otklanjanje termalnog šuma elektrona u CCD kamери (dark snimci), šuma očitavanja (bias snimci) i neuniformne osvetljenosti CCD kamere (flat-field snimci).

Za kalibraciju, a zatim i diferencijalnu fotometriju posmatranja korišćen je softver Astro-ImageJ. Diferencijalna fotometrija predstavlja merenje relativnog sjaja posmatranog objekta u odnosu na neki referentni objekat konstantnog sjaja. Parametri posmatrane i referentne zvezde dati su u tabeli 2.

Osim magnituda računate su i njihove greške. Ove greške su posledica razlike broja fotona koji padnu na CCD kamenu tokom svakog snimka. Rasподела broja detektovanih fotona može da se predstavi Poasonovom raspodelom. Standardna devijacija merenja računata je kao  $\sigma = \sqrt{N}$ , где је  $N$  broj fotona koji CCD kamera detektuje za vreme jednog snimka. Broj fotona se računa kao (Romanishin 2000):

$$N = P_* Q A_{\text{tel}} \Delta \lambda r^n t^m 10^{-0.4X} K t_{\text{exp}}$$

gde je  $P_*$  [foton  $\text{cm}^{-2} \text{A}^{-1} \text{s}^{-1}$ ] – fluks zvezde,  $Q$  – kvantna efikasnost CCD kamere,  $A_{\text{tel}}$  [ $\text{cm}^2$ ] – apertura teleskopa,  $\Delta \lambda$  [Å] širina filtera,  $r$  i  $t$  – koeficijenti refleksije i transmisije teleskopa,  $n$  i

---

*Jelena Špegar (1999), Šabac, Kneza Miloša 4/1, učenica 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu*

*MENTORI:*

*dr Ivan Milić, Maks Plank Institut za istraživanje Sunčevog Sistema, Nemačka*

*Stevan Golubović, student Elektrotehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu*

Tabela 1. Nazivi posmatranih planeta, datumi posmatranja, korišćena CCD kamera, filteri i ekspozicija snimaka

Planeta	Datum	CCD kamera	Filteri	Ekspozicija [s]
WASP-69b	22.08.2017.	SBIG ST-10	V	15
WASP-74b	22.08.2017.	SBIG ST-10	V	30
Qatar-3b	20.10.2017.	Apogee E47+	V, R, I	45
WASP-10b	20.10.2017.	Apogee E47+	R, I	60

Tabela 2. Posmatrana i poredbena zvezda, magnituda u V filteru, rektascenzija i deklinacija zvezdâ

Zvezda	V	$\alpha$ (J2000)	$\delta$ (J2000)
WASP-69b	9.87	21:00:06.1934	-05:05:40.108
TYC 5187-1718-1	11.63	20:59:58.9750	-05:07:53.762

$m$  – broj refleksija i transmisija u teleskopu,  $X$  – vazdušna masa (dužina puta koju svetlost treba da pređe kroz atmosferu; u zenitu ima vrednost 1),  $K$  – koeficijent ekstinkcije,  $t_{\text{exp}}$  [s] – ekspozicija. Vrednosti za  $r$ ,  $t$  su uzete iz rada W. Romanishina (2000) zbog nedostatka informacija za korišćeni teleskop. Broj refleksija i transmisija jednak je 2 zato što je teleskop sastoji iz primarnog i sekundarnog ogledala. Vazdušna masa je računata kao  $X = \sec z$ , gde je  $z$  zenitno rastojanje objekta, dok je  $K = 0.92$  uzeto iz rada A. Reljića (2010). Iako je koeficijent ekstinkcije u radu računat za Istraživačku stanicu Petnica, s obzirom da ne postoje merenja za opservatoriju Vidojevica, na osnovu zaključka rada A. Reljića (2010), pretpostavljeno je da bi rezultat bio približan i za Vidojevicu. Apsolutna greška magnitudo računata je kao:

$$\Delta m = 25 \log \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{N}} \right).$$

Dobijena greška je reda veličine 0.01 magnituda.

## Model

Za opisivanje krive sjaja tranzita korišćen je model iz radova A. Gimeneza (2006a; 2006b). U ovom radu, radi jednostavnosti, pretpostavljeno je da je orbita planete kružna. Ova pretpostavka je opravdana na osnovu rada Andersona i saradnika (2014). Oblik krive sjaja zavisi od radiusa planete, radiusa zvezde, inklinacije orbite i faze

tranzita u svakom posmatranom trenutku. Ukupan sjaj koji dođe do Zemlje ( $I$ ) u svakom trenutku definisan je preko jednačine:

$$I(t) = L_s(t) + L_p(t) - \alpha(t)L_s(t),$$

gde  $L_s$  i  $L_p$  predstavljaju sjaj zvezde i planete respektivno, dok je  $\alpha$  funkcija koja opisuje relativan pad u sjaju zvezde tokom tranzita.

U obzir je uzet i efekat potamnjena ka rubu. Korišćena je jednačina potamnjena ka rubu drugog stepena, koja daje zadovoljavajuće rezultate (Gimenez 2006a).

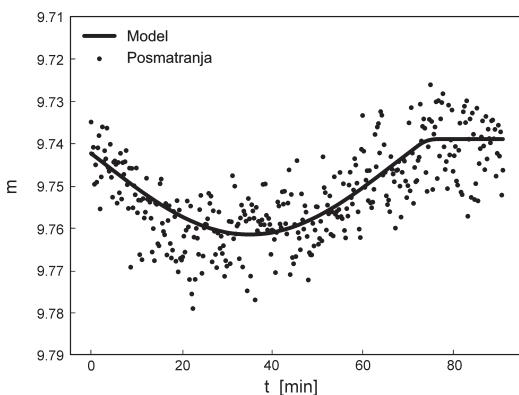
Veličina koja opisuje ideo ukupnog sjaja zvezde koji je pomračen data je izrazom:

$$\alpha = \sum_{n=0}^2 C_n \alpha_n,$$

gde je  $C_n$  – koeficijent potamnjena ka rubu  $n$ -tog stepena, a faktor  $\alpha_n$  zavisi od radiusa planete, radiusa zvezde, inklinacije i faze tranzita. Za detaljniji opis modela pogledati radove A. Gimeneza (2006a; 2006b).

## Rezultati

Da bi se odredili parametri tranzita, koristi se proces fitovanja koji poredi model i posmatranja, tražeći da odstupanja između njih budu što manja. Parametri dobijeni iz fitovanja su radijus planete i inklinacija. Radijus zvezde je uzet kao poznat i to  $0.813 R_\odot$  (Anderson *et al.* 2014).



Slika 1. Kriva sjaja tranzita egzoplanete WASP-69b

Figure 1. WASP-69b transit lightcurve

Za fitovanje je korišćen Markov Chain Monte Carlo (MCMC) statistički algoritam (Hogg *et al.* 2010; Walsh 2004). Ovaj algoritam se svodi na nekoliko koraka:

1. Nasumično se biraju početne vrednosti u prostoru parametara i za njih se računa a posteriorna verovatnoća uzimajući u obzir priore  $P_{\text{staro}}$  (prepostavljena raspodela verovatnoće da parametar bude u određenom opsegu vrednosti)

2. Biraju se novi nasumični parametri u granicama ispitivanja

3. Računa se a posteriorna verovatnoća za nove parametre uzimajući u obzir priore  $P_{\text{novo}}$

4. Bira se nasumični broj  $k$ , gde  $0 < k < 1$

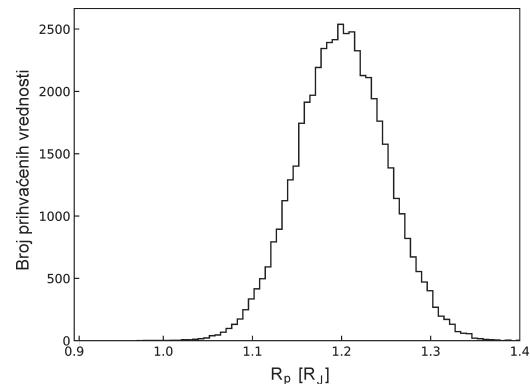
5. Računa se odnos nove i stare verovatnoće kao  $\frac{P_{\text{novo}}}{P_{\text{staro}}} \cdot \exp\left(-\frac{\chi_{\text{novo}} - \chi_{\text{staro}}}{2}\right)$ , gde je  $\chi$  vrednost hi-kvadrata za dati set parametara

6. Ukoliko je  $k$  manje od odnosa nove i stare verovatnoće, novi parametri se prihvataju i dodaju u „lanac”; ukoliko je  $k$  veće u „lanac“ se dodaju stari parametri

7. Vrši se iteracija koraka 2-6 proizvoljan broj puta

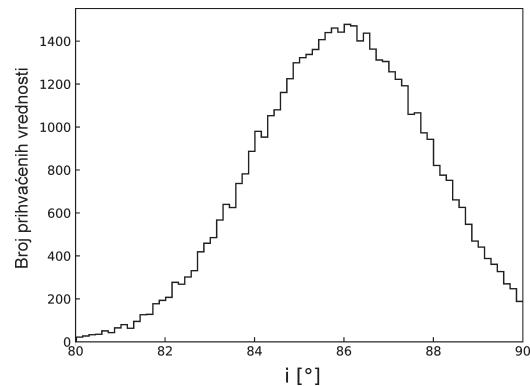
8. Konačan rezultat je raspodela verovatnoće parametara koji se nalaze u lancu (slike 2 i 3)

Granice ispitivanja parametara bile su za  $r_p$   $0 - 6.5 R_J$ , a za inklinaciju  $i$   $80^\circ - 90^\circ$ , a broj iz-



Slika 2. Raspodela vrednosti radiusa planeti dobijena iz MCMC algoritma

Figure 2. Planet radius distribution from MCMC algorithm



Slika 3. Raspodela vrednosti inklinacije dobijena iz MCMC algoritma

Figure 3. Inclination distribution from MCMC algorithm

vršenih iteracija, tj. broj različitih skupova parametara dovedenih u obzir, bio je 50 000. Priori korišćeni u MCMC algoritmu su imali uniformnu raspodelu u granicama ispitivanja parametara. Uniformna raspodela je uzeta zbog nedostatka fizičke motivacije za bilo kakvu drugu raspodelu. Konačne vrednosti parametara uzete su kao srednja vrednost prihvaćenih parametara iz MCMC algoritma, a greške fita su određene kao standardna devijacija raspodele verovatnoće prihvaćenih parametara.

Dobijeni rezultat za vrednosti radijusa planete iznosi  $r_p = (1.2 \pm 0.1) R_J$ , a vrednost inklinacije je  $i = (86 \pm 2)^\circ$ . Na slici 1 prikazana je posmatrana kriva sjaja i model koji najmanje odstupa od posmatranih podataka. Na slikama 2 i 3 prikazane su raspodele prihvaćenih vrednosti parametara MCMC algoritma.

## Diskusij i zaključak

Tranzit egzoplanete WASP69-b posmatran je teleskopom „Nedeljković“ AS Vidojevica. Dobijeni parametri planete,  $r_p = (1.2 \pm 0.1) R_J$ ,  $i = (86 \pm 2)^\circ$ , poklapaju se sa parametarima dobijenim u prethodnim radovima  $r_p = (1.057 \pm 0.047) R_J$ ,  $i = (86.71 \pm 0.20)^\circ$ , (Anderson *et al.* 2014). Dobijene greške parametara moguće bi se smanjiti korišćenjem opreme koja omogućava veće vidno polje i sadrži više poredbenih zvezda, što bi poboljšalo tačnost i preciznost posmatranja. U našem slučaju, postojala je samo jedna referentna zvezda sa poznatom magnitudom u V filteru. Tranzit nije sniman od početka, što je takođe moglo uticati na konačne rezultate, pa bi duže snimanje, pre i posle tranzita, dalo preciznije podatke o sjaju zvezde kada tranzit nije u toku. Predlog za budući rad vezan za posmatranje tranzita je snimanje i analiza krive sjaja u više filtera, što bi poboljšalo preciznost konačnih vrednosti parametara.

**Zahvalnost.** Zahvalujem se svojim mentorma dr Ivanu Miliću i Stevanu Goluboviću bez čije pomoći ne bih uspela da završim ovaj rad i saradnicima sa programa astronomije Dušanu Vukadinoviću, Nikolinu Milanović, Andriji Kostiću i Dušanu Pavloviću na velikoj pomoći i savetima koje su mi pružili. Takođe, dugujem veliku zahvalnost direktoru AS Vidojevica, dr Oliveru Vinceu na ustupljenim resursima i vremenu, kao i Miodragu Sekuliću na pomoći u rukovanju teleskopom.

## Literatura

Anderson D. R., Collier Cameron A., Delrez L., Doyle A. P., Faedi F., Fumel A., Gillon, M., Gómez Maqueo Chew, Y., Hellier, C., Jehin, E., Lendl, M.

2014. Three sub-Jupiter-mass planets: WASP-69b & WASP-84b transit active K dwarfs and WASP-70b transits the evolved primary of a G4+K3 binary. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **445**: 1114.

Giménez A. 2006a. Equations for the analysis of the light curves of extra-solar planetary transits. *Astronomy and Astrophysics*, **450**: 1231.

Giménez A. 2006b. Equations for the analysis of the Rossiter-McLaughlin effect in extrasolar planetary transits. *The Astrophysics Journal*, **650**: 408.

Hogg D., Bovy J., Lang D. 2010. Data analysis recipes: Fitting a model to data. Dopstupno na: <https://arxiv.org/abs/1008.4686>

Reljić A. 2010. Određivanje koeficijenta atmosferske ekstinkcije, *Petričke sveske*, **68**: 34.

Romanishin W. 2000. An Introduction to Astronomical Photometry Using CCDs. Dostupno na: [http://www.physics.csbsju.edu/370/photometry/manuals/OU.edu\\_CCD\\_photometry\\_wrcd06.pdf](http://www.physics.csbsju.edu/370/photometry/manuals/OU.edu_CCD_photometry_wrcd06.pdf)

Walsh B. 2004. Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling. Beleške sa predavanja EEB 581. University of Arizona

Web 1: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>

Jelena Špegar

## Photometric Observation of Exoplanet Transit and Light Curve Analysis

When an exoplanet transits its host star we can notice a drop of stellar brightness during the transit. From the light curve we can then derive the planet's physical parameters. A total of four exoplanets were observed (WASP-69b, WASP-74b, Qatar-3b and WASP-10b) and the transit of WASP-69b was analyzed. The light curve was constructed using differential photometry. Assuming that the radius of the host star is known, the radius of the planet and the inclination of its orbit were determined. The results are  $r_p = (1.2 \pm 0.1) R_J$  and  $i = (86 \pm 2)^\circ$ .

