

## Određivanje parametara globularnih jata pomoću neuronskih mreža

---

*Ispitana je mogućnost procene parametara globularnih jata primenom neuronskih mreža na CM dijagram jata. Parametri koji utiču na oblik CM dijagrama su starost, metaličnost, ekstinkcija i moduo rastojanja, a u ovom radu procenjena su prva tri navedena. Pošto neuronske mreže imaju mogućnost prepoznavanja oblika, u ovom radu su naučene da prepoznaju oblike postojećih sintetičkih CM dijagrama. Ovako naučene mreže su testirane na posmatranim CM dijagramima jata M12 i NGC 6362. Upotrebom ovog metoda za podatke sa velikom količinom šuma, kao kod jata M12, dobijeni su rezultati koji se ne poklapaju sa podacima iz literature. Za jato NGC 6362 dobijeni su rezultati koji su u boljoj saglasnosti sa podacima iz literature.*

---

### Uvod

Globularna jata su gravitaciono stabilne grupacije sa velikim brojem zvezda, od deset hiljada do nekoliko miliona. Analiza njihovih osobina pokazuje da su sve zvezde u jatu nastale u približno istom trenutku. Procene starosti globularnih jata variraju, ali se smatra da su starija od 10 milijardi godina (Atanacković i Vukićević-Karabin 2004). Zvezde u globularnim jatima su istog porekla i hemijskog sastava. Veliki broj otkrivenih jata se nalazi u halou, dok se manji broj nalazi u centralnom disku galaksije (*ibid.*).

Osnovni fizički parametri jata su starost, metaličnost i udaljenost. Jedan od važnih parametara bitnih u analizi jata je i ekstinkcija, koja

karakteriše međuzvezdanu sredinu između jata i posmatrača. Ovi parametri karakterišu izgled CM dijagrama jata. CM dijagrami predstavljaju jednu vrstu Hercšprung–Raselovog (HR) dijagrama, na kojoj je prikazana zavisnost magnitude (sjaja) zvezde od indeksa boje. Iz oblika CM dijagrama mogu se proceniti parametri jata.

Cilj ovog rada je ispitivanje primenljivosti neuronskih mreža na određivanje parametara globularnih jata sa njihovih CM dijagrama. Neuronske mreže su modeli najčešće predstavljeni kao sistemi međusobno povezanih čvorova, neurona, koji se koriste za aproksimaciju nepoznatih funkcija, procesa ili pojava koji zavise od velikog broja ulaza. Jedna od njihovih najvažnijih osobina su mogućnost učenja, treniranja, memorisanja i generalizovanja na osnovu velikog broja podataka na kojima se obučavaju. Upravo zbog tih osobina, neuronske mreže bi mogle da se iskoriste pri određivanju parametara jata sa CM dijagrama na osnovu velikog broja njegovih primera, na kojima bi bile istrenirane. U ovom radu neuronska mreža je testirana pri proceni starosti, metaličnosti i ekstinkcije jata M12 i NGC 6362.

### CM dijagrami i parametri jata

Na apscisi CM dijagrama nalazi se indeks boje (engl. color index), koji predstavlja razliku prividne magnitude u dva različita filtera (u ovom radu B i V filtera). Na ordinati se nalazi apsolutna ili prividna magnituda zvezde u V filteru.

---

*Marijana Kološnjaji (1996), Ruski Krstur, JNA 126, učenica 4. razreda gimnazije, Osnovna i srednja škola sa domom učenika „Petro Kuzmjak”*

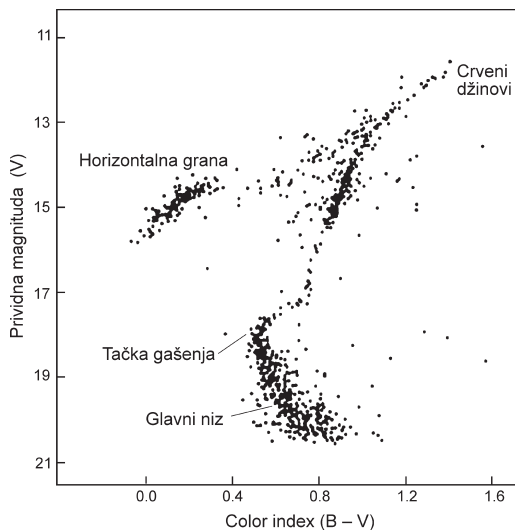
*Damijan Milić (1997), Valjevo, Stevana Filipovića 3, učenik 3. razreda Valjevske gimnazije*

#### MENTORI:

*Ivan Milić, Maks Plank institut za istraživanja Sunčevog sistema u Getingenu*

*Dušan Vukadinović, student Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu*

*Vladislav Jelisavčić, Matematički institut SANU, Beograd*



Slika 1. Primer izgleda CM dijagrama ([www.eso.org/public/outreach/eduoff/cas/cas2002/cas-projects/denmark\\_m13\\_1/](http://www.eso.org/public/outreach/eduoff/cas/cas2002/cas-projects/denmark_m13_1/))

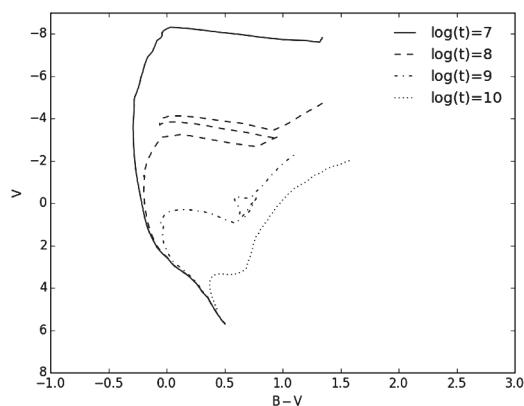
Figure 1. An example of a CM diagram

Tokom evolucije zvezde menja se njen indeks boje, kao i njena magnituda. Na slici 1 prikazan je karakteristični izgled CM dijagrama globularnih jata. Glavni niz je deo CM dijagrama na kome zvezde sagorevaju vodonik i provode najduže vremena u toku svoje evolucije. Svako jato ima karakteristično mesto odvajanja zvezda od glavnog niza – tačku gašenja. Kada nuklearne reakcije u jezgru zvezde ne stvaraju dovoljan pritisak koji bi se odupreo gravitacionom sažimanju, zvezde prelaze u fazu crvenih džinova. Grana crvenih džinova na CM dijagramu nalazi se iznad glavnog niza. CM dijagrame je moguće koristiti za određivanje parametara kao što su metaličnost, udaljenost, starost i ekstinkcija upravo zato što oni utiču na izgled CM dijagrama.

Na slici 2 predstavljeno je teorijsko predviđanje (Bressan *et al.* 2012) uticaja starosti jata na oblik CM dijagrama (starost jata predstavljena je u obliku  $\log_{10}t$ , pri čemu je  $t$  dato u godinama). Ovakvi, teorijski konstruisani, CM dijagrami se nazivaju sintetičkim CM dijagramima (engl. stellar isochrones).

Starost jata predstavlja vremenski interval od nastanka zvezda u jatu do sadašnjeg trenutka. Sa

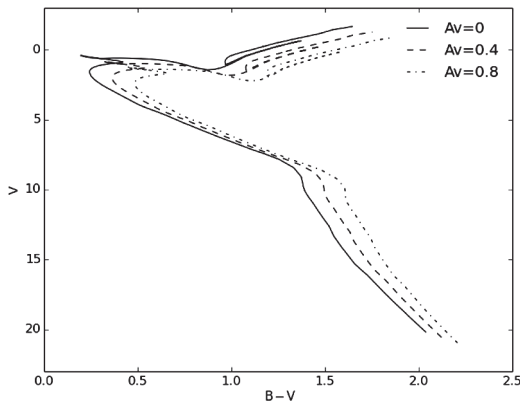
slike 2 se može primetiti da se promenom starosti jata pomera tačka gašenja. Mlađa jata imaju tačku gašenja u oblasti manjih magnituda, dok se sa porastom starosti i tačka gašenja pomera ka većim magnitudama. Kod starijih zvezdanih jata (npr.  $\log t = 10$ ), najveći broj zvezda leži u oblasti iznad glavnog niza, dok se na glavnom nizu nalaze zvezde male mase koje još sagorevaju vodonik. Kod mlađih jata (npr.  $\log t = 7$ ), zvezde još uvek evoluiraju i u najvećem broju se nalaze na glavnom nizu, dok su sa glavnog niza sišle samo sjajnije, tj. masivnije zvezde koje su brže sagorele vodonik u jezgru.



Slika 2. Teorijski oblici CM dijagrama za različite starosti jata po teoriji evolucije zvezda

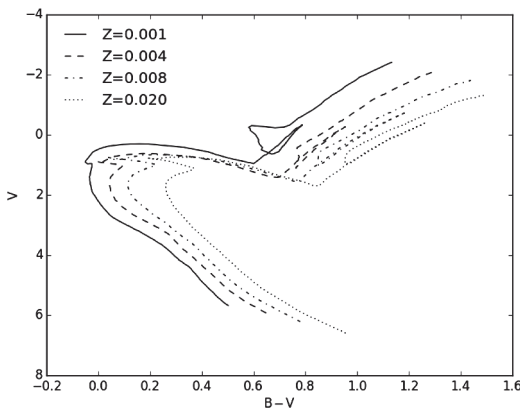
Figure 2. Shapes of CM diagrams for various cluster ages according to the stellar evolution theory

Ekstinkcija je parametar koji opisuje promenu magnituda objekta koja odgovara smanjenju količine zračenja usled apsorpcije i rasejanja u međuzvezdanoj sredini. Zavisí od talasne dužine i izraženija je kod zračenja kraćih talasnih dužina. Pošto se međuzvezdana sredina između posmatrača i jata razlikuje od jata do jata, dobija se različita vrednost ekstinkcije za svako jato. Sa promenom ekstinkcije CM dijagram se pomera udesno ako se ekstinkcija povećava, dok se sa smanjenjem ovog parametra pomera ulevo. Na slici 3 predstavljeno je teorijsko predviđanje (Bressan *et al.* 2012) uticaja ekstinkcije  $A_V$  na oblik CM dijagrama.



Slika 3. Teorijski oblici CM dijagrama za različite vrednosti ekstinkcije

Figure 3. Shapes of CM diagrams for various values of extinction



Slika 4. Teorijski oblici CM dijagrama za različite metaličnosti jata

Figure 4. Shapes of CM diagrams for various cluster metallicities

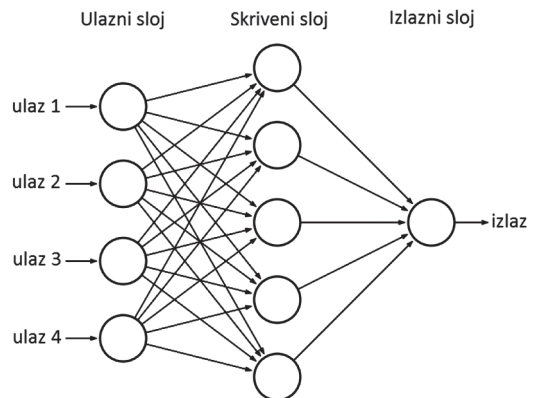
Metaličnost ( $\frac{M}{H}$ ) predstavlja logaritamsku razliku udela metala (deo mase zvezde koji ne čine vodonik i helijum) u datoj zvezdi i Suncu,

$$\frac{M}{H} = \log \frac{Z}{Z_s} \quad (1)$$

gde je  $Z$  udeo metala u ispitivanoj zvezdi, a  $Z_s$  udeo metala u Suncu. Na slici 4 predstavljeno je teorijsko predviđanje (Bressan *et al.* 2012) uticaja metaličnosti na oblik CM dijagrama. Vidi se da sa povećanjem metaličnosti dolazi do pomeranja glavnog niza ka većim vrednostima B-V, što znači da metaličnost utiče i na ekstinckiju i da su parametri u korelaciji.

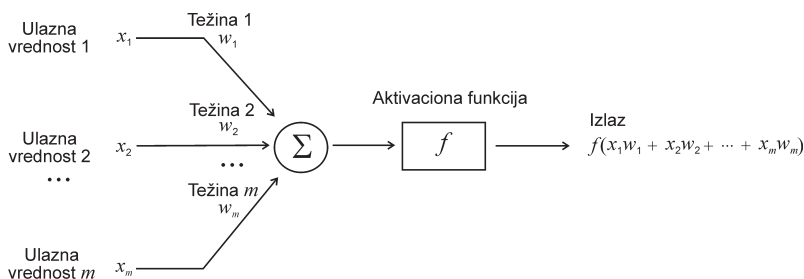
## Neuronske mreže

Neuronske mreže predstavljaju familiju modela koji se zbog njihove najvažnije osobine, mogućnosti učenja na primerima, koriste za aproksimaciju nepoznatih pojava i procesa koji zavise od velikog broja parametara. Najčešće su prikazane kao sistem međusobno povezanih slojeva, od kojih se svaki sloj sastoji iz više čvorova – neurona. Prvi sloj se naziva ulazni sloj i služi za prijem podataka iz spoljašnje sredine. Poslednji sloj se naziva izlazni i on daje konačan rezultat na izlazu. Slojevi između ulaznog i izlaznog se nazivaju skriveni slojevi. Skriveni slojevi sadrže informacije o zavisnosti rezultata na izlazu od ulaznih podataka. Čvorovi susjednih slojeva su međusobno povezani pomoću veza koje sadrže težinske koeficijente – težine, koje predstavljaju jačinu veza između neurona. Na slici 5 je predstavljen prikaz jednostavne neuronske mreže.



Slika 5. Prikaz jednostavne neuronske mreže

Figure 5. Diagram of a simple neural network



Slika 6.  
Prikaz funkcionisanja  
jednog neurona u okviru  
neuronske mreže

Figure 6.  
Diagram of the  
functioning of one  
node in a neural network

Neuronska mreža, odnosno njeni čvorovi, funkcionišu tako što se vrednosti na ulazu u neuron pomnože sa težinskim koeficijentima i zatim se njihov zbir propušta kroz odgovarajuću aktivacionu funkciju, koja je najčešće nelinearna i čiji rezultat predstavlja izlaz iz neurona. Prikaz funkcionisanja jednog neurona u okviru neuronske mreže predstavljen je na slici 6.

Da bi neuronska mreža na osnovu ulaznih podataka uspešno odredila izlazne podatke, potrebno ju je prvo trenirati na velikom broju podataka. Treniranje je iterativni proces u kojem se težinski koeficijenti optimizuju da bi se smanjilo odstupanje vrednosti izlaznog sloja mreže od očekivanih vrednosti za podatke na kojima se mreža trenira. Kada je kvadratno odstupanje manje od neke zadate granične vrednosti, proces obučavanja je gotov i mreža se može iskoristiti.

## Metod

U ovom radu, uz pomoć neuronskih mreža, a na osnovu CM dijagrama jata, koji predstavlja ulazne podatke, određivani su metaličnost, ekstinkcija i starost, koji predstavljaju izlazne podatke. Za treniranje neuronskih mreža korišćeni su sintetički CM dijagrami. U ovom radu korišćeni su sintetički CM dijagrami iz rada Bressan *et al.* (2012). Parametar  $Z$  dat je u opsegu od 0.001 do 0.0152, ekstinkcija u intervalu od 0 do 2, dok se starost kreće od 3 miliona do 10 milijardi godina.

Da bi neuronska mreža bila istrenirana na primerima koji bi više odgovarali realnim, na sintetičke CM dijagrame je dodan šum. Šum (greška merenja) u fotometriji je srazmeran korenu iz broja prikupljenih fotona  $n$ . Grešku magnitude zvezde  $\sigma_{m2}$  možemo naći, na osnovu

Pogsonovog zakona, poznavanjem njene magnitude  $m_2$ , kao i magnitude  $m_1$  i greške magnitude  $\sigma_{m1}$  neke referentne zvezde:

$$\frac{\sigma_{m2}}{\sigma_{m1}} = \frac{\sqrt{n_1}}{\sqrt{n_2}} = \sqrt{10^{0.4(m_2 - m_1)}}. \quad (2)$$

Na osnovu grešaka magnituda posmatranih zvezda iz kataloga iz kojih su uzeti posmatrački podaci za jata M12 i NGC 6362, izračunate su greške za sve zvezde sintetičkog CM dijagrama. Zatim su za svaki CM dijagram napravljeni 2D histogrami sa  $20 \times 20$  binova. Na  $x$  osi histograma nalazi se vrednost indeksa boje, a na  $y$  osi vrednost magnitude u  $V$  filteru. Vrednost svakog bina predstavlja broj zvezda na određenom delu CM dijagrama. Jedan od razloga za pravljenje histograma je obezbeđivanje iste dimenzije ulaznih podataka koji se proslеđuju neuronskoj mreži. Histogrami su napravljeni u opsegu vrednosti magnituda i indeksa boje na CM dijagramima jata dobijenim iz posmatranja. Razlog za to je što su sintetički CM dijagrami većeg opsega magnituda i indeksa boje od onih dobijenih iz posmatranja i prikazuju vrednosti magnituda koje nije moguće detektovati.

Za konstruisanje neuronskih mreža korišćena je PyBrain biblioteka za Python programski jezik (Schaul *et al.* 2010). Set za treniranje je sadržao 80%, dok su set za test i validacioni set sadržali po 10% od ukupnog broja dijagramâ. Neuronska mreža trenirana je na sintetičkim CM dijagramima iz seta za treniranje. Test i validacioni set korišćeni su za proveravanje njenog rada. Trenirano je više vrsta neuronskih mreža, sa različitim brojem skrivenih slojeva i vremenom treniranja. Za svaku neuronsku mrežu izračunata je srednja kvadratna greška za svaki od parametara mreže. Pošto se sa promenom vremena treniranja mreže i brojem skrivenih neurona izračunata greška

jako malo menjala, u daljem radu korišćena je neuronska mreža koja se sastojala od jednog ulaznog sloja sa 400 neurona, jednog skrivenog sloja sa 800 neurona i jednog izlaznog sloja sa tri neurona.

Konstruisana mreža sa gornjim parametrima primenjena je na posmatranim CM dijagramima za jata M12 i NGC 6362. Pošto su vrednosti na ordinati sintetičkih CM dijagrama apsolutne, a na posmatranim prividne magnitude, potrebno je bilo izvršiti korekciju magnituda za moduo rastojanja, koji predstavlja razliku između prividne i apsolutne magnitude.

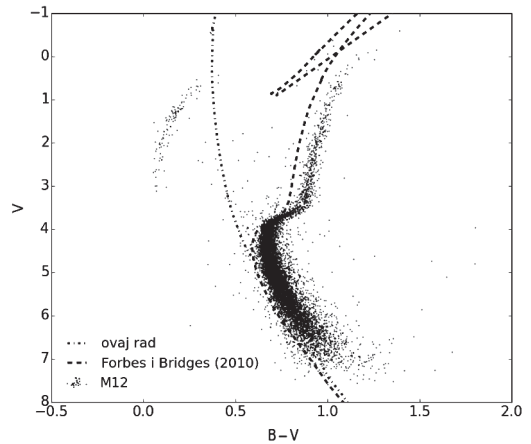
Na posmatranim CM dijagramima se mogu pronaći i zvezde koje ne pripadaju samom jatu. Te zvezde možemo razlikovati od zvezda jata na osnovu prostorne brzine kretanja. Da bi se dobio CM dijagram sa zvezdama za koje je najveća verovatnoća da pripadaju jatu, konstruisana je raspodela brzina kretanja zvezda po rektascenziji i deklinaciji. Kao zvezde jata su izabrane one zvezde koje pripadaju intervalu  $1\sigma$  od srednje vrednosti raspodele.

Iz rada Bressan *et al.* (2012) preuzet je sintetički CM dijagram čiji su parametri najpribližniji parametrima jata dobijenim iz neuronske mreže. Taj dijagram je zatim upoređen sa posmatranim CM dijagramom jata, kao i sa sintetičkim CM dijagramom iz rada Forbes i Bridges (2010).

## Rezultati i diskusija

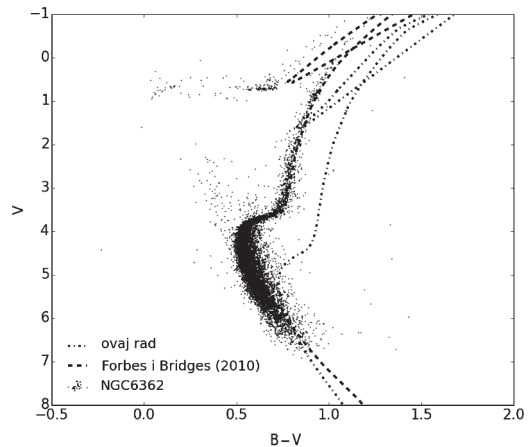
Neuronska mreža je iskorišćena za određivanje parametara sa posmatranog CM dijagrama jata M12 i NGC 6362. Na slikama 7 i 8 su prikazani posmatrani CM dijagrami jata M12 i NGC 6362, respektivno, sintetički CM dijagrami prema parametrima iz Forbes i Bridges (2010) i sintetički CM dijagrami sa parametrima dobijenim korišćenjem neuronske mreže za svako jato. Dobijeni parametri, kao i njihovo poređenje sa vrednostima iz Forbes i Bridges (2010), dati su u tabeli 1.

Parametri koji su dobijeni za M12 jato ne poklapaju se sa podacima iz rada Forbes i Bridges (2010). Pretpostavlja se da je do ovakvog rezultata došlo jer je kod posmatranih podataka jata M12 izražena razućenost tačaka, što se vidi i na slici 7.



Slika 7. Prikaz CM dijagrama jata M12, sintetičkog CM dijagrama koji mu odgovara prema podacima iz literature i sintetičkog CM dijagrama koji mu odgovara prema dobijenim podacima

Figure 7. CM diagrams of M12 cluster, stellar isochrones according to the data from the references and stellar isochrones according to the obtained data



Slika 8. Prikaz CM dijagrama jata NGC 6362, sintetičkog CM dijagrama koji mu odgovara prema podacima iz literature i sintetičkog CM dijagrama koji mu odgovara prema dobijenim podacima

Figure 8. CM diagrams of NGC 6362 cluster, stellar isochrones according to the data from the references and stellar isochrones according to the obtained data

Tabela 1. Vrednosti dobijenih parametara i parametara iz literature (Forbes i Bridges 2010)

Jato	$M/H$ [dex]		$A_v$ [mag]		$\log t$ [god]	
	Ovaj rad	FB 2010	Ovaj rad	FB 2010	Ovaj rad	FB 2010
M12	-4.42	-1.14	2.41	0.57	7.49	10.10
NGC 6362	-0.79	-0.99	1.07	0.09	11.21	10.13

Sa grafika na slici 8 se vidi da se dobijeni sintetički CM dijagram jata NGC 6362 po obliku poklapa sa parametrima iz literature (Forbes i Bridges 2010). Vidi se takođe i da ekstinkcija dosta odstupa po tome što je dobijen sintetički CM dijagram pomeren po  $x$  osi u odnosu na posmatrani dijagram jata.

Jedan od problema u ovom metodu je to što se sintetički CM dijagrami, čak i posle dodavanja šuma na njih, razlikuju od posmatranih CM dijagrama. Iz tog razloga neuronska mreža nije istrenirana na dovoljno realističnim primerima i ne može da odredi dobre vrednosti parametara kad se iskoristi na posmatranim CM dijagramima.

## Zaključak

U ovom radu je ispitana primenljivost neuronskih mreža na određivanje osnovnih parametara globularnih jata sa njihovih CM dijagrama. Korišćenjem ovog metoda, određivani su parametri kao što su starost, metaličnost i ekstinkcija. Neuronske mreže trenirane su na sintetičkim CM dijagramima (Bressan *et al.* 2012). Prvobitno su mreže bile testirane na sintetičkim CM dijagramima i za njih su dale dobre rezultate. Zatim su ispitane na posmatranim CM dijagramima jata M12 i jata NGC 6362. Na sintetičke CM dijagrame dodat je šum da bi neuronska mreža bila istrenirana na primerima koji bi u većoj meri odgovarali realnim. Za svaki CM dijagram napravljeni su 2D histogrami sa  $20 \times 20$  binova da bi se obezbedila iste dimenzije ulaznih podataka koji se prosleđuju neuronskoj mreži.

Iz rezultata koji su dobijeni, može se zaključiti da metod ne određuje dobro parametre jata, jer se dobijeni podaci dovoljno ne poklapaju sa podacima iz Forbes i Bridges (2010). U slučaju jata NGC 6362 dobijeni su rezultati koji manje odstupaju od podataka koje navode Forbes i Bridges (2010) nego kod jata M12. Smatra se da je

razlog za ovakve rezultate veća razućenost tačaka na CM dijagramu jata M12 nego kod jata NGC 6362.

**Zahvalnost.** Zahvaljujemo se Borisu Majiću, studentu-saradniku na programu astronomije, kao i rukovodiocu seminara astronomije u Istraživačkoj stanici Petnica, Mateji Boškoviću, na korisnim komentarima i savetima pri izradi rada.

## Literatura

- Atanacković O., Vukićević-Karabin M. 2004. *Opšta astrofizika*. Beograd: Zavod za udžbenike
- Bressan A., Marigo P., Girardi L., Salasnich B., Dal Cero C., RubeleS., Nanni A. 2012. PARSEC: stellar tracks and isochrones with the PAdova and TRieste Stellar Evolution Code. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **427** (1): 127.
- Forbes D. A., Bridges T. 2010. Accreted versus in situ Milky Way globular clusters. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **404** (3): 1203.
- Schaul T., Bayer J., Wierstra D., Yi S., Felder M., Sehnke F., Rückstieß T., Schmidhuber J. 2010. PyBrain. *Journal of Machine Learning Research*, **11**: 743.

---

*Marijana Kološnjaji and Damnjan Milić*

## Determining Basic Parameters of Globular Clusters Using Neural Networks

The aim of this project was to test the possibility of determining the basic parameters of globular clusters using artificial neural networks, models presented as systems of interconnected neurons which exchange messages between each other. Neural networks are used to approximate unknown processes that can depend on a large number of inputs. One of their main characteristics is the ability to learn and generalize from a large set of data. In this project, a neural network

was trained on stellar isochrones and then used for determining the basic parameters of globular clusters from their color-magnitude diagrams. A color-magnitude diagram is a Hertzsprung-Russel type diagram that shows the dependency of the magnitude of a star from its color index. Many neural networks with different parameters were constructed and the root mean square error was used to choose the best one. This method was tested by determining the parameters of two globular clusters, M12 and NGC 6362. It proved to be an inadequate method for determining parameters from data containing a lot of noise, in this case the CM diagram of the M12 globular cluster. However, it was proven to be adequate for determining the parameters of the NGC 6362 globular cluster. 