

Teorijska analiza profila spektralnih linija formiranih u nestatičnoj atmosferi

Ispitan je uticaj gradijenta brzine u atmosferi zvezde na oblik i ekvivalentnu širinu tipične apsorpcione linije u spektru Sunca (H_{α} linija vodonika) koja je formirana pod pretpostavkom termodinamičke ravnoteže. Izračunate su krive rasta za različite gradijente brzina u atmosferi. Obraden je jedan slučaj za statičnu atmosferu i pet slučajeva gde su maksimalne brzine kretanja slojeva 50, 100, 150, 200 i 250 km/s. Na osnovu dobijenih rezultata zaključeno je da gradijent brzine bitno utiče na profil apsorpcione linije. Zanimarivanjem ovog efekta moguće je potceniti ili preceniti prisustvo nekih elemenata u zvezdanoj atmosferi za faktor 2 ili više.

Uvod

Korektna interpretacija oblika i ekvivalentne širine spektralnih linija je ključ za rešavanje različitih aktuelnih problema u astrofizici, npr: takozvanih „hemijski neobičnih“ (engleski: chemically peculiar) zvezda. Te zvezde pokazuju velika odstupanja u zastupljenosti nekih hemijskih elemenata (Preston 1974).

U opštem modelu ovakvih zvezda, kao uzrok zbog kog dolazi do pojave prezasićenih ili nedovoljno zasićenih linija se uzimaju magnetno polje zvezde i diferencijalna rotacija. Mehanizam formiranja linija u zvezdanim atmosferama je veoma kompleksan. U ovom radu najviše pažnje je posvećeno kretanju slojeva atmosfere kao alternativnom razlogu zbog kog bi eventualna merena zastupljenost elemenata mogla da odstupa od očekivane. Treba imati u vidu da se određivanje zastupljenosti hemijskih elemenata u zvezdama vrši na osnovu poređenja sa sintetičkim spektrima, a da modeli na osnovu kojih se ti spektri računaju ne sadrže nikakav gradijent brzine.

Inače, gradijent brzine u atmosferi je karakteričan za zvezde u poznijim fazama evolucije.

Ovaj rad ispituje uticaj gradijenta brzine u atmosferi jedne tipične G2V zvezde (korišćen je semi-empirijski model Sunčeve atmosfere) na formiranje H_{α} linije vodonika. Iako zvezde slične Suncu nemaju izražene gradijente brzina u atmosferi, cilj rada je da pokaže uticaj istog na formiranje linije na jednom akademskom problemu, dok bi dalji rad na problemu uključio realne modele zvezda sa atmosferama u širenju i jakim zvezdanim vetrovima. Profil linije dobio je rešavanjem jednačine prenosa zračenja uz pretpostavku lokalne termodinamičke ravnoteže. Jednačina je rešavana u referentnom sistemu posmatrača. Ovaj metod je jednostavan i radi vrlo dobro za brzine koje su reda veličine ili nekoliko puta veće od brzine koja odgovara Doplerovoj poluširini linije.

Metod

Pre detaljnog opisa numeričkog metoda, opišaćemo, fenomenološki, uticaj gradijenta brzine na formiranje linija. Različiti slojevi atmosfere se kreću različitim brzinama i usled tog kretanja dolazi do Doplerovog pomaka linija dok zračenje prolazi kroz atmosferu zvezde. Neka je u prvom posmatranom sloju materije apsorpciona linija centrirana na talasnu dužinu λ_0 . Sledeći sloj atmosfere, u svom referentnom sistemu, će videti liniju pomerenu ka crvenom, odnosno plavom delu spektra u zavisnosti od smera kretanja slojeva jedan u odnosu na drugi. Taj sloj, međutim, i dalje apsorbuje na talasnoj dužini λ_0 , tako da će propustiti apsorpcionu liniju a sloj će apsorbovati zračenje iz okolnog kontinuuma. Vidimo da ovo dovodi do drugačijeg izgleda nastalog spektra od slučaja u kom nema Doplerovog pomaka. Kako ovi zraci budu dalje napredovali ka površini zvezde nailaziće na slojeve različitih brzina koji će dalje me-

Dušan Vukadinović (1994), Niš, Ljiška 9, učenik 3. razreda Gimnazije „Svetozar Marković“ u Nišu

Vanja Šarković (1994), Beograd, Bulevar Kralja Aleksandra 61/3L, učenica 4. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

MENTOR: Ivan Milić, Astronomska opservatorija, Beograd

njati talasnu dužinu zračenja na već opisani način. Naravno, da bi se video pravi uticaj brzine na formiranje linije potrebna su detaljnija izračunavanja.

Kako bi se dobila raspodela intenziteta zračenja koje izlazi iz zvezde, potrebno je rešiti jednačinu prenosa zračenja (Vukićević-Karabin 1994). Jednačina prenosa zračenja je nehomogena diferencijalna jednačina:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - S(\tau)$$

gde je $I(\tau, \mu)$ intenzitet zračenja na određenoj optičkoj dubini i pod određenim uglom u odnosu na pravac vizure, $S(\tau)$ funkcija izvora zračenja u zavisnosti od optičke dubine, τ optička dubina, $\mu = \cos \vartheta$ tako da je ϑ ugao između pravca vizure i pravca zračenja koje izlazi iz zvezde.

Postoji više metoda kojima je moguće rešiti jednačinu prenosa zračenja, a u ovom radu korišćena je metoda kratkih karakteristika (eng. short characteristic method, SC) (Olson i Kunasz 1987). Ova metoda se zasniva na pretpostavci da se funkcija izvora, u zavisnosti od optičke dubine, menja linearno između dva susedna sloja. Formalno rešenje jednačine prenosa zračenja za izlazni intenzitet ($0 < \mu < 1$) je:

$$I_{\lambda}(\tau, \mu) = I_{\lambda}(\tau + \Delta\tau, \mu)e^{-d\tau} + \int_{\tau}^{\tau + \Delta\tau} S(\tau') e^{-(\tau - \tau')} d\tau'$$

Uvođenjem pomenute aproksimacije se dobija:

$$I_{\lambda}(\tau, \mu) = I_{\lambda}(\tau + \Delta\tau, \mu)e^{-d\tau} + W_p(dt)S(\tau + \Delta\tau) + W_l(dt)S(\tau)$$

gde je W_p koeficijent koji odgovara prethodnoj optičkoj dubini $\tau + \Delta\tau$, W_l aproksimacioni koeficijent koji odgovara trenutnoj optičkoj dubini τ , a dt predstavlja optičku dubinu duž pravca. Kako bi se problem rešavanja jednačine uprostio uvodi se nova promenljiva, optička dubina duž pravca vizure t , koja je definisana kao $dt = \frac{d\tau}{\mu}$.

Kao funkcija izvora uzeta je Plankova funkcija zračenja crnog tela, tako da je $S = B$. Plankova funkcija predstavljena je sledećom formulom:

$$B = \frac{2h\nu}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Ova pretpostavka podrazumeva da jedini doprinos funkciji izvora daje lokalni sloj i poznata je

pod imenom LTR (lokalna termodinamička ravnoteža). Uz ovu aproksimaciju, rešavanje integrala je jednostavno i dobija se:

$$W_l = 1 - \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{1}{\Delta\tau} e^{-\Delta\tau}$$

$$W_p = 1 - \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{1}{\Delta\tau \cdot e^{-\Delta\tau}} - e^{-\Delta\tau}$$

gde $\Delta\tau$ predstavlja promenu optičke dubine.

Postoji više različitih uticaja na profil apsorpcione ili emisione linije. Doplerov profil najbolje opisuje oblik profila linije usled termalnog kretanja atoma i jona unutar zvezde i on najviše utiče na jezgro linije. Na krila profila linije najviše utiče Lorencov profil koji opisuje uticaj sudara između atoma na profil linije. Kako bi se dobila linija što približnija realnoj liniji potrebno je objediniti ova dva profila. Profil linije koji je korišćen u ovom radu predstavlja objedinjenje Doplerovog i Lorencovog profila i naziva se Fojtov profil. Funkcija kojom je dat Fojtov profil je:

$$\varphi_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \cdot \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{(u-x)^2 + a^2} dx$$

gde je ν frekvencija, a $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{(u-x)^2 + a^2} dx \equiv V'(a, u)$

predstavlja Fojtovu funkciju (obično se računa preko tablica ili numerički), parametar a predstavlja koeficijent usled sudarnog širenja (uzeto je da je $a = 2 \cdot 10^{-2}$), dok je parametar u nezavisna promenljiva za koju je u ovom radu uzeta talasna dužina.

Kako bi se verno ispitale promene u profilima linija simuliranog spektra, potrebno je koristiti realan model zvezde atmosfere, u ovom slučaju, semiempirijski FALC model (Fontenla *et al.* 1993). Koncentracija vodonika (n_H) dobijena je iz modela atmosfere na osnovu pretpostavke da je većina materije vodonik, odnosno da većina atoma (90%) u modelu potiče od vodonika. Na osnovu ukupne koncentracije vodonika možemo izračunati i koncentracije vodonika u određenim energetskim stanjima. Ukupna koncentracija je zbir koncentracija neutralnog vodonika (n_0) i jonizovanog vodonika (n_+), a za izračunavanje H_{α} linije potrebno je izračunati koncentraciju atoma vodonika u kojima je elektron na drugom energetskom nivou (n_2). Da bi se izračunale ove koncentracije, potrebno je utvrditi koliko vodonika se nalazi u neutralnom stanju. Raspodelu jonizovanih atoma u odnosu

na neutralne atome opisuje Sahina formula, koja u ovom slučaju glasi:

$$\frac{n_+}{n_0} = \frac{2}{n_e} \cdot \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_j}{kT}}$$

Pretpostavljeno je da je koncentracija jonizovanih atoma vodonika približno jednaka koncentraciji elektrona, odakle sledi:

$$n_+ = n_e = \frac{1}{2} (-\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + 4n_H \Lambda})$$

$$\Lambda = \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_j}{kT}}$$

gde je m_e masa elektrona ($m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg), h Plankova konstanta ($h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js), a E_j energija jonizacije vodonika ($E_j = 13.6$ eV).

Nakon izračunavanja, na osnovu te vrednosti i ukupne koncentracije vodonika moguće je izračunati koncentraciju vodonika n_0 , gde n_0 predstavlja razliku između n_H i n_+ . Raspodela koja opisuje koncentraciju atoma koja nastanjuje određeni energetski nivo je Bolcmanova raspodela:

$$n_i = \frac{g_i}{g_j} n_j e^{-\frac{E_i - E_j}{kT}}$$

gde je E_i energija elektrona na i -tom energetskom nivou, E_j energija elektrona na j -tom energetskom nivou, i statističke težine i -tog i j -tog nivoa, respektivno.

Poznajući koncentraciju apsorbera u fotosferi zvezde, može se izračunati optička dubina u liniji. Na ukupnu optičku dubinu na datoj talasnoj dužini utiče i optička dubina u kontinuumu, kao i profil linije. Jednačina na osnovu koje je izračunata optička dubina na datoj talasnoj dužini u datom sloju je:

$$\tau'_i(h_i, \nu) = \tau'_{i-1}(h_{i-1}, \nu) + \frac{1}{2} (\chi'_i \Phi_\nu + \chi_i^c + \chi'_{i-1} \Phi_{\nu-1} + \chi_{i-1}^c) (h_{i-1} - h_i)$$

gde h_i predstavlja dubinu na i -tom sloju, h_{i-1} na $i-1$ sloju, χ'_i je apsorpcioni koeficijent u liniji, χ_i^c je apsorpcioni koeficijent u kontinuumu na dubini h_i , a χ'_{i-1} apsorpcioni koeficijent u liniji, a χ_{i-1}^c apsorpcioni koeficijent u kontinuumu na dubini h_{i-1} . Koeficijent apsorpcije u liniji je:

$$\chi'_i = B_{23} n_i \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{1}{\Delta\nu_D}$$

gde je B_{23} Ajnštajnov koeficijent apsorpcije za prelaz sa 2. na 3. nivo, a $\Delta\nu_D$ je Doplerova poluširina (Prodanović 2010). Koeficijent apsorpcije u kontinuumu je uzet iz modela atmosfere (Fontenla *et al.* 1993).

Referentni sistem posmatrača

Gradijent brzine između slojeva je integrisan u model rešavanjem jednačine prenosa u referentnom sistemu posmatrača (eng. transfer equation in the observer's frame). Kada se materija kreće u odnosu na posmatrača koji miruje, zračenje koje interaguje sa tom materijom biva pomereno za talasnu dužinu kao posledica Doplerovog efekta (Mihalas 1978):

$$\nu' = \nu - \nu_0 \mu \frac{v(r)}{c} \quad (1)$$

gde je ν' frekvencija koju detektuje materija, ν frekvencija koju detektuje posmatrač, ν_0 frekvencija na kojoj zrači linija, a $v(r)$ predstavlja brzinu kretanja datog sloja. Shodno (1), prozračnost i emisivnost svakog materijala koji se kreće, odnosno sloja u slučaju posmatranog modela, takođe postaju zavisne od ugla pod kojim se sloj posmatra od strane nepokretnog posmatrača. Pogodno je merenje odstupanja frekvencije od sredine linije u jedinicama Doplerove širine:

$$x' = x - \mu V$$

tako da je $x = (\nu - \nu_0) / \Delta\nu_D^*$, a x' se definiše na sličan način (Mihalas 1978). Pri tome je $\Delta\nu_D^* \equiv \nu_0 v_{th}^* / c$ gde je parametar termalne brzine v_{th}^* i za merenje brzina se koristi $V = v / v_{th}^*$. Posledice kretanja slojeva se ne mogu uočiti u kontinuumu, ali se prepoznaju u apsorpcionim, odnosno emisionim linijama. Efekti pomeranja slojeva na koeficijent apsorpcije za nepomičnog posmatrača su dati sa:

$$\chi(z, \mu, x) = \chi_c - \chi_c \varphi(x')$$

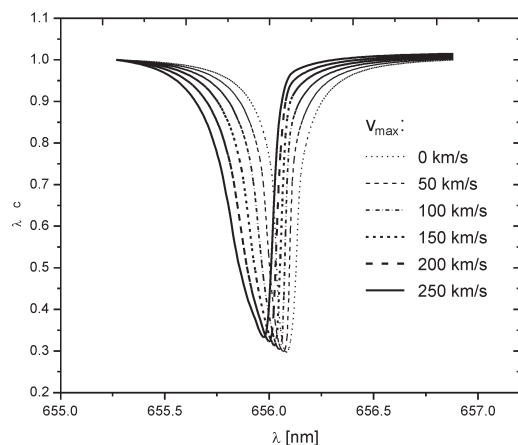
(χ_c je koeficijent apsorpcije u kontinuumu, χ_i koeficijent apsorpcije u liniji, a $\varphi(x')$ normalizovana Fojtova funkcija).

Za potrebe rešavanja jednačine prenosa zračenja napisan je program u programskom paketu C++, koji je iz datog modela (Fontenla *et al.* 1993) učitavao parametre (optičku dubinu, fizičku dubinu, gustinu materije i temperaturu sloja) i na osnovu gore navedenih jednačina numerički izračunavao izlazni intenzitet za različite talasne dužine za $\mu = 1$.

Rezultati i diskusija

Na osnovu modela zadanog na osnovu prethodno opisanih jednačina, generisani su profili H_{α} linije za više različitih gradijenata brzina, a rezultati su prikazani na slici 1. Na grafiku je prikazano ukupno šest linija, od toga jedna odgovara statičnoj atmosferi unutar koje nema kretanja slojeva – ova kriva je obeležena punom crnom linijom i to je jedina simetrična linija, dok su ostalih pet prisutnih linija koje odgovaraju nestatičnim atmosferama asimetrične, i svaka sa većim gradijentom brzine između slojeva. Dalje, primećuje se da pri velikim brzinama profil linije postaje proširen u odnosu na reprezentativan profil predstavljen crnom linijom.

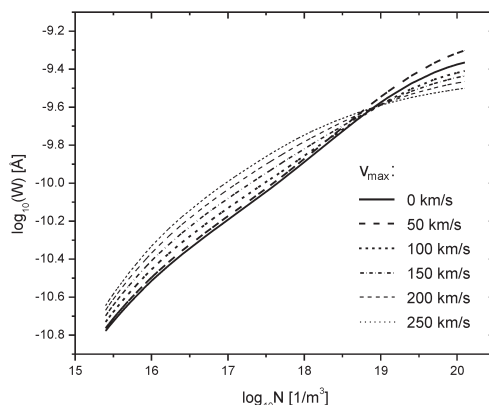
Koncentracija apsorbera je zatim veštački promenjena da bi se analizirao uticaj gradijenta brzine na krivu rasta linije. Kriva rasta opisuje zavisnost između ekvivalentne širine linije i koncentracije apsorbera. Na slici 2 prikazane su krive rasta. Kriva rasta predstavlja grafičku zavisnost logaritma ekvivalentne širine linije (W) od logaritma koncentracije elementa (N). Ekvivalentna širina predstavlja površinu linije.



Slika 1. Profili apsorpcionih linija H_{α} pri različitim brzinama kretanja slojeva atmosfere. Punom linijom je prikazan profil H_{α} linije kada nema kretanja atmosfere.

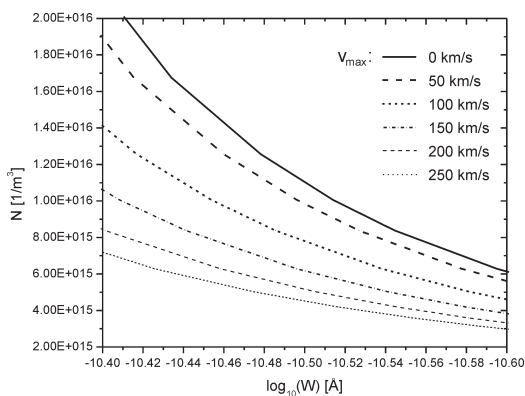
Figure 1. H_{α} absorption line profiles with different atmosphere velocity. The solid line shows the H_{α} profile formed in a static atmosphere.

Na osnovu dobijenih rezultata zaključeno je da gradijent brzine ima izrazit značaj u formiranju oblika profila linije, a ujedno i na koncentraciju datog



Slika 2. Krive rasta pri različitim brzinama kretanja slojeva. Punom linijom je prikazana kriva rasta atmosfere unutar koje se slojevi ne kreću.

Figure 2. Growth curves at different atmosphere velocity. The solid line shows the growth curve obtained in a static atmosphere.



Slika 3. Zavisnost koncentracije elementa od logaritma ekvivalentne širine linije pri različitim brzinama slojeva. Puna linija prikazuje zavisnost koncentracije elemenata od ekvivalentne širine kada nema kretanja atmosfere.

Figure 3. Relation between element concentration and logarithmic value of equivalent widths of the absorption line. The solid line shows the relation in a static atmosphere.

elementa dobijenog na osnovu posmatranja. Ukoliko bismo uporedili koncentracije elementa iste linije pri različitim gradijentima brzina, dobili bismo da se one razlikuju za faktor koji je približan broju dva. Efekat kretanja slojeva nije zanemarljiv i mogao bi da utiče

na rezultate merenja pri pokušajima određivanja koncentracije određenih elemenata u zvezdanim atmosferama, ukoliko bi analiza koristila jake linije poput H_{α} . Na primer, pri određivanju tačnog sastava ili metaličnosti zvezda, ovakve razlike u izmerenim koncentracijama bitno utiču na konačni rezultat. Na slici 3 se može očitati razlika u izmerenim koncentracijama između krivih za jednaku ekvivalentnu širinu.

Zaključak

U ovom radu predstavljen je uticaj gradijenta brzine u zvezdanoj atmosferi na oblik apsorpcionih linija. Na osnovu numeričkog rešavanja jednačine prenosa zračenja dobijeni su profili apsorpcionih linija i krive rasta primenom metode kratkih karakteristika. Kao model zvezdane atmosfere iskorišćen je semi-empirijski model Sunca, a kao reprezentativna linija korišćena je H_{α} linija, pod pretpostavkom LTR.

Razmatrano je pet vrednosti brzina, u opsegu od 0 do 250 km/s. Na osnovu dobijenih rezultata zaključeno je da kretanje slojeva atmosfere bitno utiče na oblik i ekvivalentnu širinu linije i da može da dovede do značajnog precenjivanja zastupljenosti elemenata u zvezdanoj atmosferi. Da bi se uticaj gradijenta brzine ispitao za konkretne slučajeve, potrebno je sprovesti ovakvo istraživanje i za linije drugih elemenata, bez aproksimacije LTR, i za modele zvezda za koje je poznato da imaju atmosfere u širenju.

U daljem radu bilo bi korisno ispitati uticaj mikroturbulentne brzine kao slobodnog parametra na formiranje spektralnih linija u turbulentnim atmosferama zvezda. Bilo bi korisno i uporediti sintetički spektar sa posmatranim.

Zahvalnost. Autori rada zahvaljuju mentoru Ivanu Miliću koji je svojim sugestijama i strpljenjem doprineo izradi ovog rada i koji je obezbedio literaturu za uspešan završetak rada. Nikoli Đorđeviću, Slobodanu Milovanoviću i Dimitriju Radojeviću zahvaljujemo na svim korisnim lekcijama iz programiranja i na svojoj pomoći vezanoj za programerski deo projekta. Dr Milanu Ćirkoviću i Borisu Majiću zahvaljujemo na korisnim komentarima.

Literatura

- Fontenla M. J., Avrett E. H., Loeser R. 1993. Energy Balance in the Solar Transition Region. III. Helium Emission in Hydrostatic, Constant-Abundance Models With Diffusion. *Astrophysical Journal*, **406**: 319.
- Mihalas D. 1978. *Stellar Atmospheres*. San Francisco: Freeman
- Olson L. G., Kunasz B. P. 1987. Short Characteristic Solution of the Non-LTE Line Transfer Problem by Operator Perturbation – I. The One-Dimensional Planar Slab. *Journal of Quantum Spectroscopy Radiative Transfer*, **38** (5): 325.
- Preston W. G. 1974. The Chemically Peculiar Stars of the Upper Main Sequence. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, **12**: 257.
- Prodanović T. 2010. *Uvod u spektroskopiju za astronome*. Novi Sad: Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Novom Sadu
- Takashi N., Jaito N., Hiromoto S. 2012. Numerical simulation of line-profile variation beyond a single-surface approximation for oscillations in roAp stars. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, **64** (9): 1.
- Vukićević-Karabin M. 1994. *Teorijska astrofizika*. Beograd: Naučna knjiga

Dušan Vukadinović and Vanja Šarković

Theoretical Analysis of Line Profiles Formed in Expanding Stellar Atmosphere

This work examines the effects of the expansion velocity gradient of a stellar atmosphere on the shape and equivalent width of an absorption spectra line. As an academic example, the H_{α} line in the solar atmosphere has been analyzed. By artificially altering absorber abundance, we computed the curves of growth and line profiles for six velocity gradients, corresponding to the maximum expansion velocities of 0-250 km/s. Results suggest that the velocity gradient significantly affects the line shape and equivalent width of the line. Neglecting this effect might lead to an overestimation of element abundance by a factor of two or even more.

