
Boris Majić

Određivanje parametara ekstrasolarnih planeta iz krive sjaja tranzita

Cilj ovog rada je nalaženje načina za određivanje parametara sistema koji sadrži ekstrasolarnu planetu i njenu matičnu zvezdu iz krive sjaja tranzita. Kako bi to bilo učinjeno, najpre je osmišljen model krive sjaja koji za zadati skup parametara generiše krivu. Nekoliko krivih sjaja su modelovane istim parametrima kao kod postojećih ekstrasolarnih sistema i zatim upoređivane sa posmatranim krivima. Kako bi se dobili parametri sistema fitovanjem krive sjaja, napisan je i testiran program koji koristi metod Nelder-Mead Simplex i prethodno napravljen model. Program se može koristiti za interpretaciju posmatrački dobijenih krivi sjaja. Takođe, predložene su određene izmene modela, kao i moguće unapređenje koda.

Uvod

Od 1989. godine kada je otkrivena prva (Latham i Stefanik 1989), pronađeno je više stotina ekstrasolarnih planeta. Najveći broj ih je otkriven metodom radijalnih brzina, gde se posmatraju crveni i plavi pomak spektra zvezde koji nastaje kao posledica gravitacionog polja planete. Drugi, često korišćen metod, kojim je otkriven značajan broj ekstrasolarnih planeta, je metod tranzita (exoplanet.eu). Metod tranzita se zasniva na posmatranju promene sjaja zvezde tokom njenog pomračenja planetom.

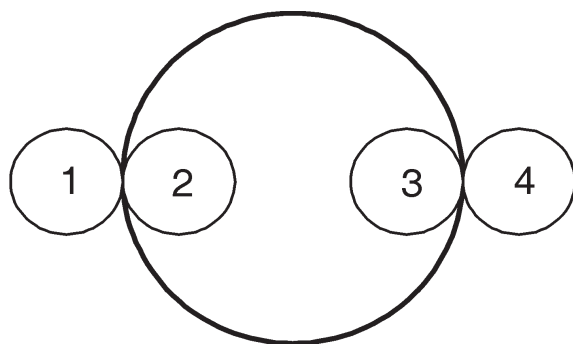
Dobra strana metoda tranzita je u tome što za razliku od metoda radijalnih brzina nisu potrebna spektroskopska posmatranja, već samo fotometrijska. To znači da je tranzite ekstrasolarnih planeta moguće posmatrati i relativno malim teleskopima. Mana mu je ta što je njime gotovo nemoguće odrediti masu planete i što za mali broj ekstrasolarnih planeta zapravo dolazi do preklapanja prividnog diska planete i zvezdanog diska (do prolaska planete između posmatrača i zvezde). Iz posmatranja tranzita moguće je odrediti parametre orbite planete i odnos poluprečnika planete i zvezde.

Prilikom tranzita planete karakteristična su četiri kontakta (slika 1). Prvim kontaktom započinje tranzit, dok se četvrtim završava. Drugi

*Boris Majić (1995),
Valjevo, Naselje
oslobodilaca Valjeva
23, učenik 3. razreda
Valjevske gimnazije*

*MENTOR: Ivan Milić,
Astronomska
opservatorija, Beograd*

kontakt predstavlja trenutak nakon koga cela planeta počinje da pomračuje zvezdu, odnosno nakon koga se cela projekcija planete na ravan zvezdanog diska nalazi unutar istog. Treći kontakt je trenutak nakon koga projekcija planete nije više cela unutar zvezdanog diska (Leiner 2010).



Slika 1. Četiri karakteristična kontakta kod tranzita planete (manji disk) preko zvezde (veći disk): 1 – početak tranzita, 2 – početak potpunog pomračenja, 3 – kraj potpunog pomračenja, 4 – kraj tranzita

Figure 1. Four characteristic contacts of the planet (smaller disc) transiting over the star (larger disc): 1 – beginning of the transit (eclipse), 2 – beginning of total eclipse (whole planet disc is in front of the solar disc), 3 – end of total eclipse, 4 – end of the transit

Između prvog i drugog kontakta sjaj zvezde naglo opada i opadanje usporava tek nakon drugog kontakta. Razlog ovome je promena površine zvezdanog diska koja je pomračena planetom. Između drugog i trećeg kontakta, promena sjaja nastaje zbog uticaja efekta potamnjenja ka rubu (eng. limb darkening), odnosno kao posledica promene sjaja zvezdanog diska od njegovog centra ka rubu. Porast fluksa nastaje pri trećem kontaktu i traje sve do četvrtog kada se tranzit završava. Razlika vremena koje protekne između prvog i drugog i, sa druge strane, trećeg i četvrtog kontakta je posledica ekscentričnosti planetarne orbite.

U ovom radu, napravljen je model krive sjaja, a zatim je taj model iskorišćen kako bi bio rešen inverzan problem, to jest fitovanje postojeće krive sjaja. U tu svrhu, napisan je program u programskom jeziku C++ koji za date podatke o sjaju zvezde korisniku vraća parametre sistema koji najviše odgovaraju zadatoj krivi.

Metod

Glavni problem kod određivanja parametara sistema zvezda-planeta leži u tome što ne postoji analitička funkcija koja opisuje krivu sjaja tranzita ekstrasolarne planete, te je najpre potrebno napraviti model krive sjaja tranzita.

Model

Planeta se oko zvezde kreće po eliptičnoj putanji koja se može opisati Keplerovim zakonima. Kako bi uopšte bila nađena prividna udaljenost između zvezde i planete i tako bilo ustanovljeno da li do tranzita

dolazi (do tranzita će doći ukoliko je pomenuta prividna udaljenost manja od zbira poluprečnika zvezde i planete), potrebno je odrediti koordinate planete u Dekartovom pravouglom sistemu vezano za zvezdu. Ovo je moguće ukoliko pretpostavimo da se posmatrač nalazi na jako velikoj udaljenosti od zvezde (na udaljenosti u odnosu na koju je udaljenost zvezda-planeta zanemarljiva). Sledećim setom jednačina prikazana je transformacija koordinata:

$$\begin{aligned} X &= r \cdot (\cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \sin \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i) \\ Y &= r \cdot (\sin \Omega \cos(\omega + \nu) + \cos \Omega \sin(\omega + \nu) \cos i) \\ Z &= r \cdot \sin i \sin(\omega + \nu) \end{aligned} \quad (1)$$

gde je Ω – longituda uzlaznog čvora, ω – argument periastrona, ν – prava anomalija, i – inklinacija orbite planete, a r – udaljenost centra planete od centra zvezde. X , Y i Z predstavljaju koordinate planete. Od pomenutih parametara, ν se menja sa vremenom.

Za nalaženje prave anomalije (MA) potrebno je najpre izračunati srednju anomaliju koja zavisi jedino od faze φ . Faza se koristi kako ne bi bilo potrebno računati period planete i predstavlja količnik vremena od početka i samog perioda:

$$MA = \pi\varphi \quad (2)$$

Ekscentrična anomalija (EA) se ne može dobiti analitički, već se dobija numerički rešavanjem Keplerove jednačine, gde je e ekscentricitet:

$$MA = EA - e \sin EA \quad (3)$$

Sa poznatom ekscentričnom anomalijom, sledećom formulom se dobija prava anomalija:

$$\nu = 2 \arctg \left(\left(\frac{1+e}{1-e} \right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} EA \right) \quad (4)$$

nakon čega se može izračunati i udaljenost između centara planete i zvezde:

$$r = a \cdot (1 - e \cdot \cos EA) = \frac{p}{1 + e \cos \nu} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu} \quad (5)$$

Kada je poznata udaljenost planete od zvezde potrebno je proveriti da li u zadatoj fazi φ dolazi do pomračenja. Kako je sistem postavljen tako da se posmatrač nalazi na Y osi, i kako je udaljenost između planete i zvezde zanemarljiva u odnosu na udaljenost posmatrača od zvezde, do pomračenja dolazi kada udaljenost između centara planete i zvezde postane manja od razlike projekcije rastojanja planete od zvezde na ravan xOz i zbira njihovih poluprečnika:

$$\sqrt{X^2 + Z^2} - (R_{pl} + R_{zv}) < 0 \quad (6)$$

Kod pomračenja računa se odnos intenziteta pomračene zvezde za fazu φ i intenziteta nepomračene zvezde. Intenzitet pomračene zvezde zavisi od površine pomračenog dela. Osim toga, zbog potamnjenja ka rubu, intenzitet zvezde opada od centra ka rubu zvezdanog diska. Kako bi se uračunao efekat potamnjenja ka rubu u sjaj zvezde, napravljen je takav model gde je zvezda podeljena u više koncentričnih prstenova, od kojih je svakom dodeljen određeni sjaj prema efektu potamnjenja ka rubu.

Razlika između intenziteta u fazi $I_{tr}(\varphi)$ i ukupnog intenziteta I_{uk} računa se kao suma intenziteta preseka delimično pomračenih koncentričnih prstenova zvezdanog diska i diska planete:

$$I_{tr} = I_{uk} - I_{pom} = \begin{cases} n_{k1} \geq 0, & I_{pom} = \sum_{n=n_{k1}}^{n_{k2}} P_p(n)L \\ n_{k1} < 0, & I_{pom} = \sum_{n=1}^{|n_{k1}|} P_0(n)L + \sum_{n=|n_{k1}|}^{n_{k2}} P_p(n)L \end{cases} \quad (7)$$

Ovde su n_{k1} i n_{k2} redni brojevi najmanjeg i najvećeg pomračenog koncentričnog kruga, s tim da je redni broj najmanjeg kruga 0, a poslednjeg $N_{uk}-1$, gde je N_{uk} ukupan broj prstenova:

$$n_{k1} = \left\lfloor \frac{d - R_{pl}}{h} \right\rfloor \quad (8)$$

$$n_{k2} = \begin{cases} d + R_{pl} \geq R_{zv}, & n_{k1} = h - 1 \\ d + R_{pl} \leq R_{zv}, & n_{k1} = \left\lfloor \frac{d + R_{pl}}{h} \right\rfloor - 1 \end{cases} \quad (9)$$

gde je h širina prstena. Radi lakšeg računa, površina pomračenog zvezdanog diska podeljena je na P_0 i P_p , koji se koriste kako bi se izračunao ukupan gubitak sjaja koji nastaje usled pomračenja:

$$P_p = \frac{R^2(\alpha - \sin \alpha)}{2} + \frac{R_{pl}^2(\beta - \sin \beta)}{2}, \quad P_0 = 2Rh - h^2 \quad (10)$$

gde je:

$$\alpha = 2 \arccos \left(\frac{d^2 + R^2 - R_{pl}^2}{2dR} \right), \quad \beta = 2 \arccos \left(\frac{d - R \cos \alpha}{R_{pl}} \right) \quad (11)$$

a R poluprečnik n -tog koncentričnog kruga:

$$R = (n - 1)h \quad (12)$$

Uticaj potamnjenja ka rubu L računa se po formuli (Claret 2000):

$$L = 1 - a_1 \cos^{\frac{1}{2}} \vartheta - a_2 \cos \vartheta - a_3 \cos^{\frac{3}{2}} \vartheta - a_4 \cos^2 \vartheta \quad (13)$$

gde su a_1 , a_2 , a_3 i a_4 koeficijenti potamnjenja ka rubu, a ϑ ugao pod kojim svetlost napušta površinu zvezde:

$$\vartheta = \arctg \frac{R}{R_{zv}} \quad (14)$$

Koeficijenti potamnjenja ka rubu zavise od temperature zvezde, površinskog gravitacionog ubrzanja, metaličnosti zvezde i mikroturbulentne brzine (Claret 2000).

Trenutni intenziteti, a time i kriva sjaja, se računaju tako što se zvezda izdela na određeni broj (n) koncentričnih prstenova, a zatim saberu njihovi intenziteti:

$$I = \sum_{i=1}^n (2R_i h - h^2) \cdot L \quad (15)$$

gde je R_i poluprečnik i -tog koncentričnog prstena, a L efekat potamnjenja ka rubu na udaljenosti R . R i L se dobijaju jednačinama (10-13). Poslednji korak je pretvaranje odnosa trenutnog i ukupnog intenziteta u promenu magnitude:

$$\Delta M = -2.5 \log \frac{I_{tr}}{I_{uk}} \quad (16)$$

Fitovanje

Kada je poznat način na koji kriva sjaja zavisi od parametara sistema, moguće je rešavati inverzan problem – fitovanje krive sjaja.

Fitovanje je proces koji omogućava dobijanje parametara neke funkcije na osnovu skupa podataka za koje se pretpostavlja da su generisani tom funkcijom. Fitovanje funkcioniše tako što se traži kriva koja najmanje odstupa od one koja se fituje. U ovom radu, odstupanje se računa kao zbir kvadrata odstupanja vrednosti dobijenih za određene parametre i dobijene posmatranjem:

$$S = \sum_{i=1}^b (\Delta M(x_0, \varphi_i) - V(\varphi_i))^2 \quad (17)$$

gde je b broj posmatranja, φ_i faza, x_0 skup parametara, a $V(\varphi_i)$ magnituda dobijena posmatranjem za fazu φ_i . U zavisnosti od oblika u kom su dati posmatrački podaci, umesto magnitude može se koristiti relativan sjaj.

Postoji više metoda fitovanja u zavisnosti od funkcije ili načina na koji se fitovanje vrši. Algoritam Nelder-Mead Simplex (simpleks u daljem tekstu) je jedan od najjednostavnijih metoda minimalizacije (nalaženja koordinata globalnog minimuma) nediferencijabilnih funkcija i često se primenjuje upravo zbog svoje jednostavnosti i fleksibilnosti, odnosno mogućnosti upotrebe nad različitim funkcijama (Pham i Wilamowski 2011). Jedna od primena ovog algoritma je pri fitovanju nediferencijabilnih funkcija gde se simpleks primenjuje na minimalizaciju zbira kvadrata odstupanja. Postoji više varijanti simpleks metoda koje se razlikuju po složenosti i tačnosti (Pham i Wilamowski 2011; Mathews i Fink 1999).

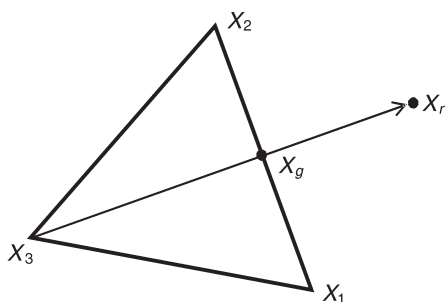
Algoritam simpleks se zasniva upravo na simpleksu, n -dimenzionalnom geometrijskom telu koje odgovara trouglu u dve, odnosno tetraedru u tri dimenzije, i transformacijama koje menjaju oblik simpleksa. Položaj svakog temena ovog tela određuje vrednosti parametara funkcije koju je potrebno minimalizovati. Tako će simpleks sa n temena predstavljati n različitih skupova parametara funkcije koja sadrži $n - 1$ parametar (Mathews i Fink 1999). Simpleks funkcioniše tako što određenim transformacijama menja koordinate temena kako bi pronašao za koje parametre će funkcija biti najmanja, što se čini na dole opisan način.

Najpre se obrazuje niz temena simpleksa koji je sortiran rastuće po vrednosti funkcije za parametre koje taj čvor (teme) predstavlja:

$$f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_n) \quad (18)$$

Za jedno od temena vrednost funkcije će biti veća nego za bilo koje drugo teme x_n , te se pretpostavlja da se povoljniji skupovi parametara nalaze sa druge strane svih ostalih temena, odnosno traži se tačka x_r sa suprotne strane od težišta preostalih temena, x_g . Primer u slučaju dvodimenzionalnog simpleksa prikazan je na slici 2. Ova transformacija se naziva refleksijom.

Ukoliko je vrednost funkcije u temenu x_r manja od vrednosti do sada najpovoljnijeg čvora x_1 , pretpostavlja se da se globalni minimum nalazi još dalje od tačke x_n , tako da se vrednost proverava i u tački x_e koja je takođe najnepovoljnija tačka reflektovana u odnosu na težište, ali ovaj put



Slika 2. Skica transformacije refleksije najnepovoljnijeg temena

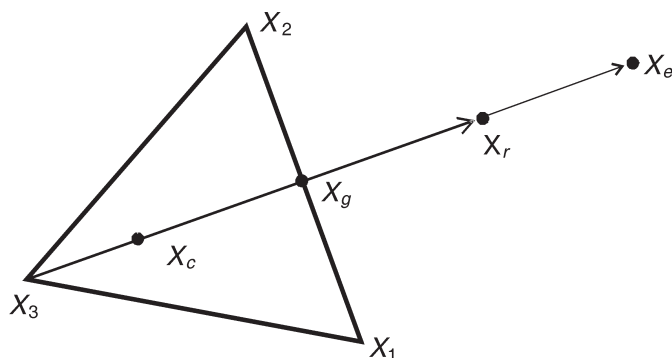
Figure 2. Sketch of the reflection transformation of the most unfavorable vertex

sa drugim, većim koeficijentom (transformacija ekstrakcije). Ako je vrednost u tački x_e još povoljnija, transformacija će se izvršiti (tačka x_n postaje x_e) i algoritam se vraća na početak, u suprotnom će biti izvršena refleksija.

Drugi slučaj je ukoliko reflektovana tačka nije povoljnija od do tada najgoreg temena. Tada će se pretpostaviti da se globalni minimum ne nalazi sa druge strane težišta, već između težišta i najnepovoljnijeg temena. Transformacija koja približava teme težištu u tačku x_c naziva se kontrakcija. Ukoliko je približena tačka povoljnija, transformacija će se izvršiti.

Kada ni kontraktovana tačka nije bolja od x_n svi čvorovi će biti približeni najpovoljnijem čvoru x_1 .

Algoritam se ponavlja sve dok dalje transformacije više ne smanjuju značajno najpovoljniju vrednost. Koliko značajno iznosi zavisi od funkcije koja se minimalizuje i određuje se empirijski. Kako je nemoguće znati da li je metod simpleks našao globalni ili jedan od mnogobrojnih lokalnih minimuma, ceo algoritam se ponavlja sa različitim početnim čvorovima.



Slika 3. Skica tri moguće transformacije najnepovoljnijeg temena u odnosu na težište preostalih temena (transformacije su kontrakcija, refleksija i ekstrakcija)

Figure 3. Sketch of the three possible transformations of the most unfavorable vertex against the mean of all the other vertices (the transformations are contraction, reflexion and extraction)

Transformacije su matematički prikazane formulama 19-22:

$$x_g = \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n} \quad (19)$$

$$x_r = \alpha(x_g - x_{(n+1)}) + x_g \quad (20)$$

Transformacija ekstrakcije se formalno isto opisuje, samo što se koristi drugi koeficijent: najčešće se uzima da je koeficijent refleksije $\alpha = 0.8$, dok se za koeficijent ekstrakcije obično koristi $\beta = 1.5$. Transformacija kontrakcije se opisuje relacijom:

$$x_c = \gamma(x_{(n+1)} - x_g) + x_{(n+1)} \quad (21)$$

a približavanje čvorova najbližem temenu:

$$x_k = \sigma(x_k - x_1) + x_1 \quad (22)$$

gde je $2 \leq k \leq n + 1$.

Jedan od načina za povećavanje efikasnosti metoda simpleks, to jest verovatnoće da će naći globalni, a ne neki od lokalnih minimuma funkcije, jeste da se zadaju inicijalni parametri koji imaju fizičkog smisla. U tu svrhu, ovde se iz odnosa minimalne i maksimalne vrednosti na krivoj sjaja procenjuje odnos poluprečnikâ zvezde i planete, čime se dobija gornja granica za poluprečnik planete:

$$\frac{R_{pl}}{R_{zv}} < \sqrt{1 - \frac{I_{min}}{I_{max}}} \quad (23)$$

gde su I_{min} i I_{max} najmanja i najveća vrednost na krivoj sjaja koju je potrebno fitovati. Kako bi bilo sigurnije da će globalni minimum biti nađen, simpleks se ponavlja više puta, uvek sa različitim inicijalnim parametrima.

Rezultati

Napisan je program u programskom jeziku C++ koji za datu krivu sjaja određuje parametre sistema zvezda-planeta: odnos prečnika planete i zvezde i orbitalni elementi planete.

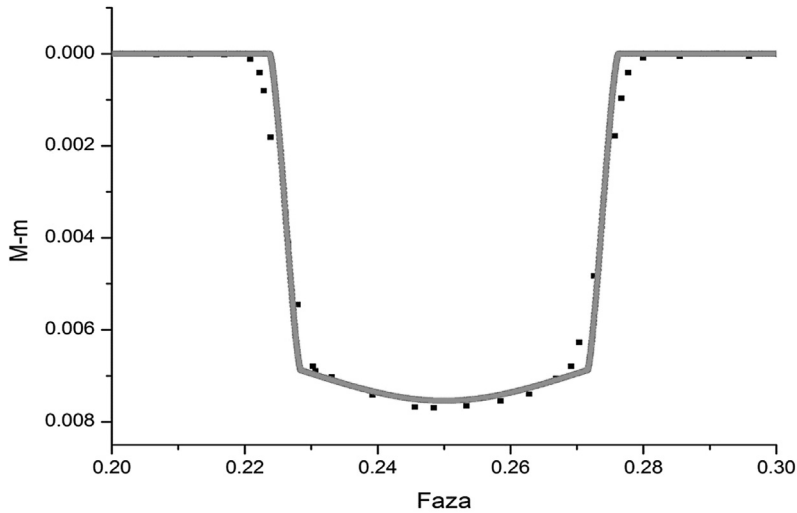
Program se sastoji tri dela. Prvi služi za računanje relativnog sjaja zvezde u zavisnosti od faze i parametara sistema, a drugi za minimalizaciju bilo koje zadate funkcije metodom simpleks. Treći povezuje prethodna dva, to jest prilagođava metod simpleks problemu krive sjaja tako što reguliše granične vrednosti (pojedine vrednosti parametara su fizički nemoguće, na primer da je odnos prečnika planete i zvezde veći od jedan i manji od nula), postavlja koordinate početnog simpleksa i upravlja ulazom i izlazom.

Najpre je napravljen model krive sjaja tranzita ekstrasolarne planete i napisana funkcija koja koristi ovaj model kako bi sintetisala krivu sjaja tranzita koristeći jednačine (1-16). Zatim je napisan pomoćni program koji za zadate parametre sistema sintetise krivu sjaja. Model krive sjaja je proveravan tako što bi se sintetisala kriva sjaja na osnovu parametara poznatog ekstrasolarnog sistema, a zatim su ove dve krive (poznata i sintetisana) međusobno upoređivane. Pomoćni program je takođe korišćen za određivanje broja koncentričnih prstenova na koje se zvezdani disk deli, radi uračunavanja efekta potamnjenja ka rubu.

Jedan od ekstrasolarnih sistema za koji je sintetisana kriva sjaja je sistem Kepler 5b (Koch 2010). Parametri ovog sistema dati su u tabeli 1, a sintetisana kriva sjaja, kao i kriva dobijena posmatranjem prikazane su na slici 4.

Tabela 1. Parametri sistema

Zvezda	Planeta	M_{ZV}	R_{ZV}	M_{pl}	R_{pl}	a	i	Ω	ω	e
Kepler-5	Kepler-5b	1.374 M_{\odot}	1.793 R_{\odot}	2.114 M_J	1.431 R_J	0.0506 AU	86.3°	90°	0°	0

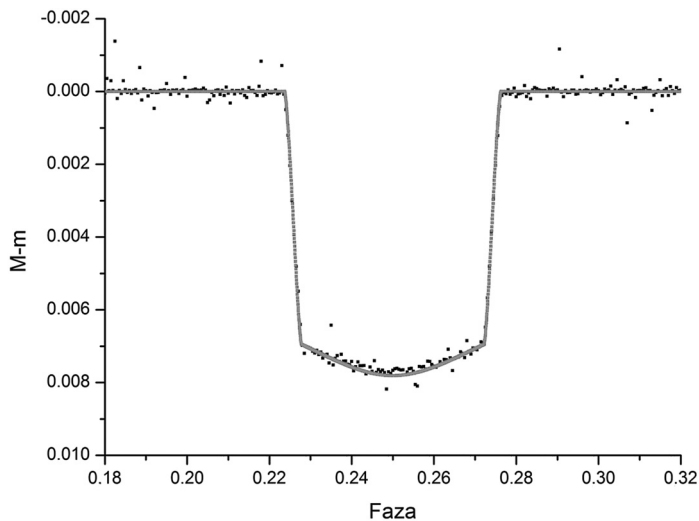


Slika 4.
Sintetisana (puna linija) i snimljena (tačkasta linija) kriva sjaja tranzita planete Kepler 5b; $M - m$ je promena magnitude

Figure 4.
Synthesized (full line) and observed (dotted line) light curve of transit of planet Kepler 5b used for testing the light curve model; $M - m$ is the magnitude change

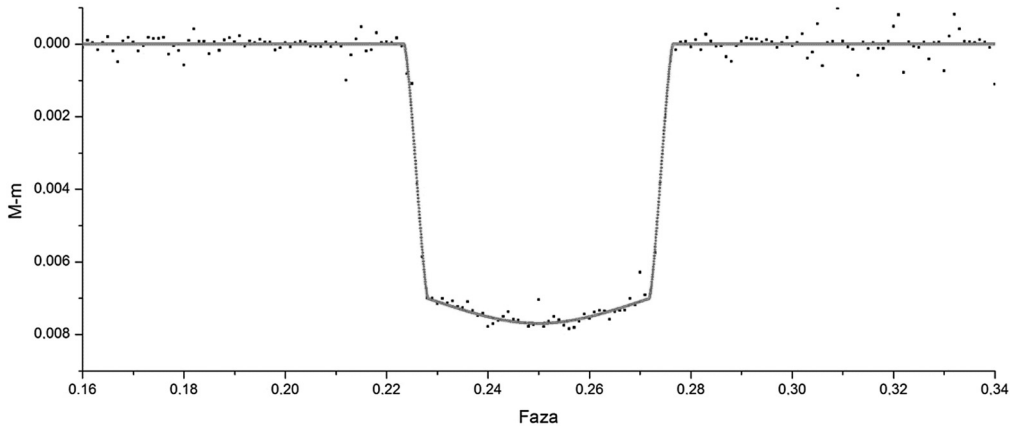
Za modelovanje krive sjaja korišćeni su koeficijenti potamnjenja ka rubu $a_1 = 0.4390$, $a_2 = -0.5690$, $a_3 = -0.3966$ i $a_4 = 0.1056$. Koeficijenti su preuzeti iz kataloga (Claret 2011) i uzeti su za zvezdu temperature $T = 6250$ K, površinskog gravitacionog ubrzanja $\log g = 4$ cm/s^2 , metaličnosti 0 i mikroturbulentne brzine $v_{mt} = 4$ km/s .

Takođe su modelovane i krive sjaja tranzita planeta Tres 3b, WASP 18b i WASP 19b.



Slika 5.
Sintetisana kriva sjaja tranzita planete Kepler 5b (tačke) fitovana koristeći napisani program; $M - m$ je promena magnitude

Figure 5.
Synthesized light curve of planet Kepler 5b (dots) fitted using the previously written program, in order to check the functionality of the fitting algorithm; $M - m$ is the magnitude change



Slika 6. Sintetisana kriva sjaja planete Kepler 5b (tačke) fitovana koristeći napisani program, ne uključujući inklinaciju; $M - m$ je promena magnitute

Figure 6. Synthesized light curve of planet Kepler 5b (dots) fitted using the previously written program, but with known inclination parameters; $M - m$ is the magnitude change

Kako se sintetisane krive sjaja tranzita poklapaju sa posmatranim tranzitima, model je prihvaćen i funkcija korišćena za sintetisanje krivih sjaja je uzeta kao funkcija sa kojom će se raditi pri minimalizovanju greške u algoritmu simpleks (jednačine (17)-(22)).

U nedostatku podataka dobijenih posmatranjem, program za fitovanje je testiran na prethodno sintetisanim krivama sjaja kojima je nasumično (normalnom raspodelom) dodata greška reda greške posmatranja. Na slici 5 prikazan je fit krive sjaja dobijen napisanim programom.

Pri sintetisanju krive sjaja, korišćeni su sledeći parametri: $a = 0.0506$ AJ, $R_{zv} = 1.793 R_S$, $R_{pl} = 1.431 R_J$ i $i = 86.3^\circ$.

Fitovanjem sintetisane krive sjaja dobijeno je odstupanje odnosa poluprečnika zvezde i planete na trećoj decimali ($R_{pl} = 1.430$, R_J – manje od 0.1%), poluose na drugoj ($a = 0.0535$, AJ – između 5 i 7%) i odstupanje od 1.5 stepeni pri izračunavanju inklinacije ($i = 84.8^\circ$).

Ukoliko se pretpostavi da je inklinacija poznata, proces fitovanja daje značajno tačnije rezultate. Za iste parametre sintetisana je i fitovana još jedna kriva sjaja, ali ovaj put nije obraćana pažnja na inklinaciju. Dobijen fit je predstavljen na slici 6.

Pri fitovanju bez inklinacije, odstupanje odnosa prečnika zvezde i planete bilo je na četvrtoj decimali (vrednost se poklopila sa početnom), a odstupanje veće poluose bilo je na trećoj decimali ($a = 0.511$ AJ – manje od 1%). Koeficijenti korišćeni pri transformacijama simpleksa su: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 0.6$ i $\sigma = 0.5$.

Zaključak

Napisani program omogućava da se iz posmatračkih podataka tranzita dobiju parametri sistema zvezda-planeta. Program koristi metod Nelder-Mead Simplex i model krive sjaja kako bi fitovao podatke. Model opisuje krivu sjaja za zadat odnos poluprečnika zvezde i planete i orbitalne elemente planete i u obzir uzima efekat potamnjenja ka rubu. Testiranje modela je vršeno vizuelnim upoređivanjem posmatrački dobijenih krivi sjaja sa modelovanim krivama za parametre posmatranog sistema. Algoritam za fitovanje je oprobano na prethodno modelovanim krivama sjaja kojima je dodata normalno raspodeljena, nasumična greška kako bi bile sličnije posmatrački dobijenim krivama.

Program je u mogućnosti da sam izabere inicijalne parametre (početni simpleks), što je korisno ukoliko je potrebno izvršiti više fitova sa različitim početnim simpleksom kako bi se dobili pouzdaniji rezultati. Odstupanje pri fitovanju se dobija ukoliko se ne usrednje podaci dobijeni posmatranjem i zato što je teško tačno izračunati koeficijente potamnjenja ka rubu, što se ispoljava kao odstupanje fita od krive sjaja tokom onog dela pomračenja kada se disk planete nalazi potpuno unutar diska zvezde.

Program se može koristiti za dobijanje parametara sistema ekstrasolarnih planeta i njihovih matičnih zvezda i biće isproban na budućim posmatranjima u IS Petnica. Model krive sjaja bi se mogao poboljšati uvođenjem dodatnih efekata kao što je albedo (sjaj planete), dok bi se program za fitovanje mogao unaprediti uvođenjem složenijih simpleks algoritama.

Zahvalnost. Autor ovog rada želi da zahvali Vladisavu Jelisavčiću, Miši Jovanoviću i Dimitriju Radojeviću na pomoći pri izradi i sređivanju koda, kao i Filipu Živanoviću koji je pomogao pri pisanju rada.

Literatura

- Claret A. 2000. A new non-linear limb-darkening law for LTE stellar atmosphere models. *Astronomy and Astrophysics*, **363**: 1081.
- Claret A. 2011. Limb-darkening coefficients. Dostupno na: <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?-source=J/A%2BA/529/A75>
- Koch D. G. 2010. Discovery of the transiting planet Kepler-5b. *The Astrophysical Journal*, **713**: 131.
- Latham D. W., Stefanik R. P. 1989. The unseen companion of HD114762 – A probable brown dwarf. *Nature*, **339**: 38.
- Leiner E. 2010. Other Worlds Analyzing the Light Curves of Transiting Extrasolar Planets. Diplomski teza. The Honors College, Wesleyan University, Middletown CT 06459.

Mathews J. H., Fink K. D. 1999. *Numerical methods using MATLAB*.
New Jersey: Prentice Hall

Pham N., Wilamowski B. M. 2011. Improved Nelder Mead's Simplex
Method and Applications. *Journal of computing*, **3** (3): 55.

Boris Majić

Determination of Extrasolar Planet Parameters from Transit Light Curves

The aim of this project is to find a way by which it is possible to obtain the parameters of a system containing an extrasolar planet and its parent star from a transit light curve. In order to do so, firstly a model of a transit light curve which generates the curve for any set of given system parameters had to be made. The model also includes the effect of limb darkening. Several light curves were modeled and compared to the existing, visually obtained light curves of systems with the same parameters in order to check the model. To obtain the parameters by fitting a light curve, a program which uses the created model, as well as the Nelder-Mead Simplex method was written. The fitting algorithm was tested on previously modeled light curves, which were slightly modified by adding normally distributed random errors in order to simulate visually obtained curves. The algorithm was improved by roughly estimating the parameters and adjusting the initial simplex to the estimated values. The program can be used in future work for analyzing observationally obtained light curves, although some improvements both in the model and the fitting algorithm are suggested.

