

Metode ubrzavanja svemirskih letelica

Razmatrana su dva metoda ubrzavanja letelice, metod gravitacione pračke i Obertov metod. Rad je podeljen na dva dela. U prvom delu rada su ispitivana oba metoda kroz numeričku simulaciju sistema planeta-letelica. U drugom delu rada su poređene efikasnosti oba metoda kroz numeričku simulaciju kretanja letelice kroz Sunčev sistem. Rezultati ukazuju da je metod gravitacione pračke efikasniji u pogledu dostignute brzine letelice posle izvršavanja metoda i predstavlja optimalnije rešenje pri slanju letelica van Sunčevog sistema. Obertov metod najbolju primenu ima prilikom ubrzavanja letelica direktno sa putanje oko planete i može se koristiti za letelice koje će se, zbog svojih velikih dimenzija, sastavljati u orbiti oko Zemlje.

Uvod

Idejni tvorac metoda gravitacione pračke, odnosno ideje da je moguće povećati brzinu letelice njenim prolaskom pored neke planete je Juri Kondratjuk, krajem prve decenije dvadesetog veka. Godine 1974. ovaj metod je po prvi put iskorišćen tokom realizacije misije Mariner 10 (Dunne i Burgess 1978).

Obertov metod nosi naziv po nemačkom fizičaru Hermanu Obertu (Oberth 1929). U početku, zbog nedostatka razumevanja metoda od strane drugih naučnika, došlo se do zaključka da Obertov manevar zahteva previše goriva, zbog čega nije razmatran kao opcija u ranijim misijama.

Korišćenjem metoda za ubrzavanje letelica smanjuje se vreme koje je potrebno letelici da dođe do odredišta. Slične metode se mogu koristiti i za usporavanje letelica. Ove faze kretanja i faktori koji utiču na njihovu efikasnost su ključni za buduće međuzvezdane misije, kao što je misija Ikarus (Long *et al.* 2010). Cilj ove misije je slanje letelice do nama najbliže zvezde (Alfa Kentauri). Gradnja letelice je predviđena da se radi u orbiti oko Zemlje, odakle će se, Obertovim manevrom, lansirati prema spoljašnjosti Sunčevog sistema. Tokom misije letelica će dostizati brzine

Sava Mirković (1993), Novi Sad, Episkopa Vasiriona 3, učenik 3. razreda gimnazije „Jovan Jovanović Zmaj” u Novom Sadu

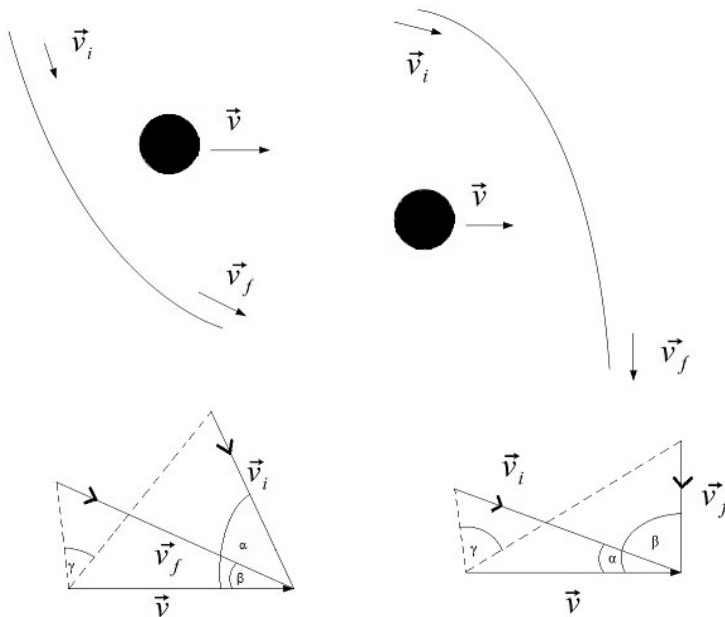
od 0.1 do 0.2 c, gde je c brzina svetlosti, pa je potrebno ubrzavanje letelice predviđeno da se uradi gravitacionom pračkom.

U svrhu poređenja i ispitivanja Obertovog manevra i metoda gravitacione pračke napisana je numerička simulacija Sunčevog sistema u programskom jeziku C. Planete i letelica su posmatrane kao čestice odgovarajuće mase, vektora položaja i brzine. Diferencijalne jednačine koje opisuju ovaj sistem su rešavane numeričkim metodom Runge Kutta 4 (Press *et al.* 2007), što je omogućilo dobar balans između utrošenog procesorskog vremena i preciznosti integracije putanja tela. Vremenski korak integracije je iznosio 0.01 dan. Da bi se ispitili osnovni principi, metod gravitacione pračke i Obertov manevrar su simulirani prvo u sistemu planeta-letelica. Zatim je napravljeno poređenje ova dva metoda, na osnovu rezultata simulacije kretanja letelice kroz Sunčev sistem.

Opis metoda

Gravitaciona pračka

Glavni princip gravitacione pračke je da se specifičnim prolaskom letelice pored masivnog nebeskog tela poveća brzina letelice. Pod specifičnim se podrazumeva to da je moguće proći pored planete i usporiti letelicu, tako da nije svejedno sa koje strane se prilazi planeti, što zavisi od manevra (slika 1). Intezitet brzine letelice se menja zbog razmene impulsa sa planetom pored koje letelica prolazi.



Slika 1.
Ubrzavanje letelice (levo) i usporenje letelice (desno) prilikom manevra gravitacione pračke oko iste planete

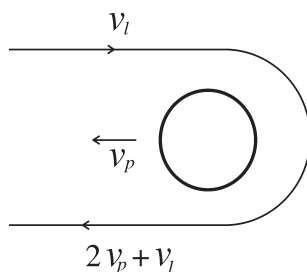
Figure 1.
Spacecraft acceleration (left) and deceleration (right) using gravity assist maneuver around the same planet

Razmena impulsa može se prikazati promenama vektora brzina (slika 1). U sistemu koji miruje, odnosno ne kreće se u odnosu na planetu i letelicu, sa V je označen vektor brzine planete, sa V_i početni vektor brzine letelice, a sa V_f krajnji vektor brzine letelice. Isprekidane linije predstavljaju rezultantu razlike početnog vektora brzine letelice i planete. Ova dva vektora, obeležena isprekidanim linijama, predstavljaju vektor brzine letelice koji vidi posmatrač sa planete. Ukoliko se sa α označi ugao između V_i i V , sa β ugao između V_f i V i sa γ ugao između rezultanti razlika, odnosno isprekidanih linija, može se zapisati da važi:

$$V_f \cos \beta = V(1 - \cos \gamma) + V_i \cos(\alpha - \gamma) \quad (1)$$

$$V_f \sin \beta = V \sin \gamma + V_i \sin(\alpha - \gamma) \quad (2)$$

Jednačine (1) i (2) uvek važe za gravitacionu praćku.



Slika 2.
Manevar gravitacione praćke

Figure 2.
Gravity assist maneuver

Ukoliko se letelica kreće u pravcu kretanja planete, ali suprotnom smeru, ona će posle manevara imati veću izlaznu brzinu i putanja letelice će izgledati kao putanja koja je predstavljena na slici 2. U ovom slučaju važi da je ugao $\gamma = \pi$, dok je $\alpha = \pi$ i $\gamma = 0$. Na osnovu jednačina (1) i (2) dobija se da je maksimalna brzina koju letelica može da ima posle gravitacione praćke:

$$V_f = 2V + V_i \quad (3)$$

Dodatna brzina koju dobija letelica potiče od razmene impulsa sa planetom oko koje pravi manevar gravitacione praćke. Proces se može tretirati kao elastičan sudar sa planetom i shodno tome, važe jednačine:

$$v_{0p} - v_p = \frac{m_l}{m_p} \cdot (v_l - v_{0l}) \quad (4)$$

$$(v_{0p} - v_p) \cdot \frac{m_p}{m_l} = v_l - v_{0l} \quad (5)$$

gde je sa v_{0p} , v_p i m_p redom označena početna brzina, krajnja brzina i masa planete. Dok je sa v_{0l} , v_l , m_l redom označena početna brzina, krajnja brzina i masa letelice. Promena brzine letelice data jednačinom (5)

je velika jer je $m_p \gg m_l$. Zbog odnosa m_l/m_p , promena brzine planete je mala, kao što se vidi iz relacije (4).

Letelica koja dolazi do planete se kreće po hiperboli u čijoj se žiži nalazi planeta koja miruje. Tada se uvodi:

$$p = \frac{L^2}{\alpha \cdot m_l} \quad (6)$$

gde je sa p obeležen parametar putanje, L je ugaoni impuls letelice u odnosu na planetu, dok je α dato sa:

$$\alpha = \gamma \cdot m_p \cdot m_l \quad (7)$$

gde γ predstavlja gravitacionu konstantu. Ekscentricitet putanje dat je jednačinom:

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{\alpha^2 m_l}} \quad (8)$$

gde je sa E obeležena energija letelice. Relacija koja određuje rastojanje letelice od planete je:

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (9)$$

u kojoj φ predstavlja ugao između trenutnog položaja letelice u odnosu na planetu i položaj u kojem je letelica najbliža planeti. Ukoliko se uzme u obzir i kretanje planete, umesto m_l uvrsti se redukovana masa sistema μ :

$$\mu = \frac{m_p \cdot m_l}{m_p + m_l} \quad (10)$$

Ako se letelica kreće po hiperboli, mora da bude ispunjeno:

$$\frac{m_l v_{0l}^2}{2} - \frac{\gamma m_p m_l}{r_0} > 0 \quad (11)$$

$$\varepsilon > 1 \quad (12)$$

Posle algebarskih transformacija relacije (11) dobije se:

$$v_{0l} > \sqrt{\frac{2\gamma \cdot m_p}{r_0}} \quad (13)$$

gde je sa r_0 označeno početno rastojanje između planete i letelice. Jednačina (11) definiše uslov da bi se letelica oko planete kretala po hiperboli. Važi:

$$r_{\min} > R_p \quad (14)$$

sa r_{\min} označeno je minimalno rastojanje letelice do planete, dok je sa R_p označen poluprečnik planete. Iz (11) i (12) uz ispunjavanje uslova (14), dobija se:

$$\frac{R_p}{R_l} - 1 > \varepsilon \quad (15)$$

Povezivanjem jednačina (15) i (14):

$$\frac{R_p}{R_l} - 1 > \varepsilon > 1 \quad (16)$$

Dobijena nejednačina (16) određuje vrednosti ekscentriciteta putanje da bi se letelica kretala po hiperboli i da se ne sudari sa planetom.

Obertov metod

Obertov metod zasniva se na tome da letelica prvo kruži oko planete koja će poslužiti za ubrzanje letelice (slika 3). Potom se letelici saopšti odgovarajući impuls u pravcu kretanja ali u suprotnom smeru, što rezultuje usporavanjem letelice koja ulazi u eliptičnu putanju u čijoj žiži se nalazi planeta. Kada letelica dođe u periastron saopštava joj se dodatni impuls koji letelicu ubrzava, tako da posle saopštenog impulsa letelica počinje da se udaljava od planete krećući se po hiperboli. Ukoliko se posmatra sistem planeta-letelica i ako se uzme da se letelica kretala po kružnoj putanji oko planete, važi:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma \cdot m_p}{r_0}} \quad (17)$$

gde je sa v_0 označena početna brzina letelice, sa m_p masa planete i sa r_0 poluprečnik orbite.

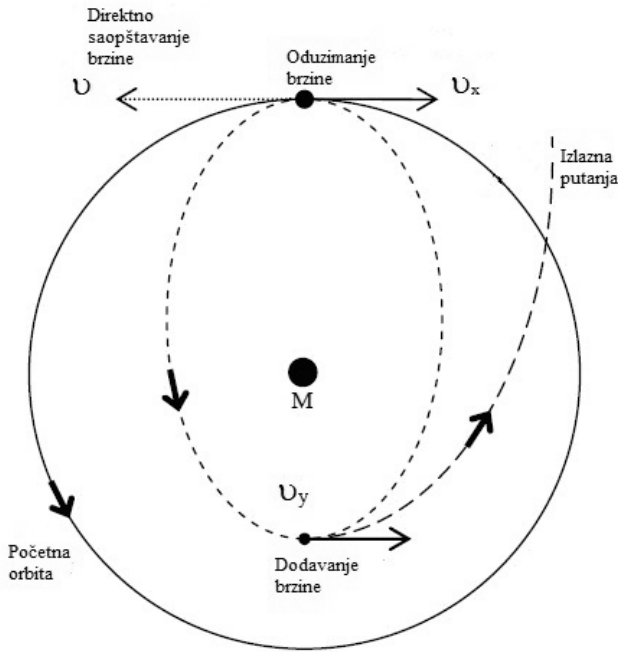
Brzina letelice po eliptičnoj putanji mora da zadovolji:

$$\frac{m_l v_l^2}{2} - \gamma \cdot \frac{m_p m_l}{r_0} < 0 \quad (18)$$

gde m_l predstavlja masu letelice, dok v_l predstavlja:

$$v_0 - v_x = v_l \quad (19)$$

sa v_x je označena brzina koja je oduzeta od letelice. Posle transformisanja izraza (18) i koristeći izraze (17) i (19) dobija se:



Slika 3.
Prikaz Obertovog manevra za ubrzavanje letelice

Figure 3.
Scheme of Oberth's spacecraft acceleration maneuver

$$v_x > \sqrt{\frac{\gamma \cdot m_p}{r_0}} \cdot (1 - \sqrt{2}) \quad (20)$$

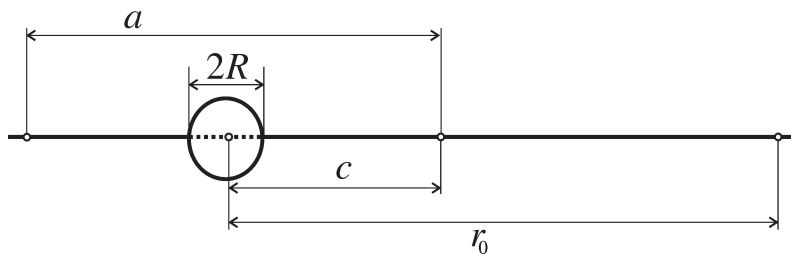
Izraz sa desne strane nejednakosti (20) ima približnu vrednost $-0.41v_0$, što znači da saopštena dodatna brzina v_x može biti i negativna, odnosno brzina (20) može se saopštiti i u smeru kretanja letelice. Time se dobija da se letelica kreće po elipsi za koju važi da letilici u periastronu saopštena brzina v_x (koja je između vrednosti određene relacijom (20) i 0). Potrebno je odrediti gornje ograničenje brzine v_x . Ukoliko ne sme da dođe do sudara između letelice i planete, treba da važi:

$$a - p > R \quad (21)$$

gde je a velika poluosa elipse po kojoj će se kretati letelica po saopštenju dodatne brzine, p je parametar elipse i R je poluprečnik planete (slika 4). Pošto se letelica kreće po elipsi:

$$a = \frac{\gamma \cdot m_p \cdot m_l}{2 \cdot |E|} \quad (22)$$

sa je $|E|$ označena apsolutna vrednost energije koja je data izrazom (18).



Slika 4.
Ravan orbite iz „profila”
(a – velika poluosa, R –
poluprečnik planete, r_0 –
početno rastojanje
letelice od planete, c –
udaljenost planete od
centra elipse).

Kako je reč o apsolutnoj vrednosti energije, uzimajući u obzir izraze (21) i (19), posmatrajući sliku 4, posle kraćih algebarskih transformacija dobije se:

$$v_x < v_0 \cdot \left(1 - \frac{2R}{R + r_0} \right) \quad (23)$$

Izraz (23) predstavlja gornje ograničenje brzine koja se saopštava letelici. Nejednačinama (20) i (23) dat je interval u kome se nalazi intenzitet brzine koji se oduzima letelici, tako da se letelica nakon toga kreće po eliptičnoj putanji.

Potrebno je još odrediti interval u kome se kreće brzina v_y koju je potrebno dodati letelici da bi letelica napustila gravitaciono polje planete. Ukoliko se usvoji notacija da je sa v_2 označena brzina koju je letelica imala pre tog dodavanja, sa v_1 brzina koju je letelica imala kada joj je oduzeta brzina (ulazak u elipsu), sa v_3 je označena brzina koju letelica ima posle dodavanja v_y na v_2 , uz uslov da važi (11), može se pisati:

$$\frac{m_l v_3^2}{2} - \gamma \frac{m_l m_p (1 + \varepsilon)}{p} > 0 \quad (24)$$

Sledeći usvojenu notaciju može se napisati, u skalarnom obliku:

$$v_3 = v_2 + v_y \quad (25)$$

Da bi se odredila izlazna brzina, potrebno je odrediti brzinu koju će letelica imati pre dodavanja, odnosno potrebno je odrediti v_2 . Ona se određuje iz relacije:

$$\frac{v_1^2}{2} - \gamma \frac{m_p}{r_0} = \frac{v_2^2}{2} - \gamma \frac{m_p (1 - \varepsilon)}{p} \quad (26)$$

Korišćenjem relacija (24) i (25) dobija se interval tražene brzine:

$$v_y > \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot m_p \cdot (1 + \varepsilon)}{p}} - \sqrt{v_1^2 + 2\gamma \cdot m_p \cdot \left(\frac{1 - \varepsilon}{p} - \frac{1}{r_0} \right)} \quad (27)$$

Jednačina (27) predstavlja jedini uslov koji mora da ispuni brzina v_y da bi letelica krenula da se udaljava od planete po hiperboli. Zbir inten-

Figure 4.
Ellipse plane (a – semi
major-axis, R – radius
of planet, r_0 – initial
distance between
spacecraft and planet, c –
distance between the
planet and center of
ellipse)

ziteteta brzine koje se oduzima, relacija (24), i brzine koja se dodaje, relacija (27), predstavljaju veličinu koja se definiše kao budžet letelice B (Adams i Richardson 2011):

$$B = |\vec{v}_x| + |\vec{v}_y| \quad (28)$$

Ukoliko se letelici koja se kreće na kružnoj orbiti saopšti celokupan impuls (budžet) odjednom, letelica će krenuti da se udaljava po hiperboli ukoliko je ispunjeno:

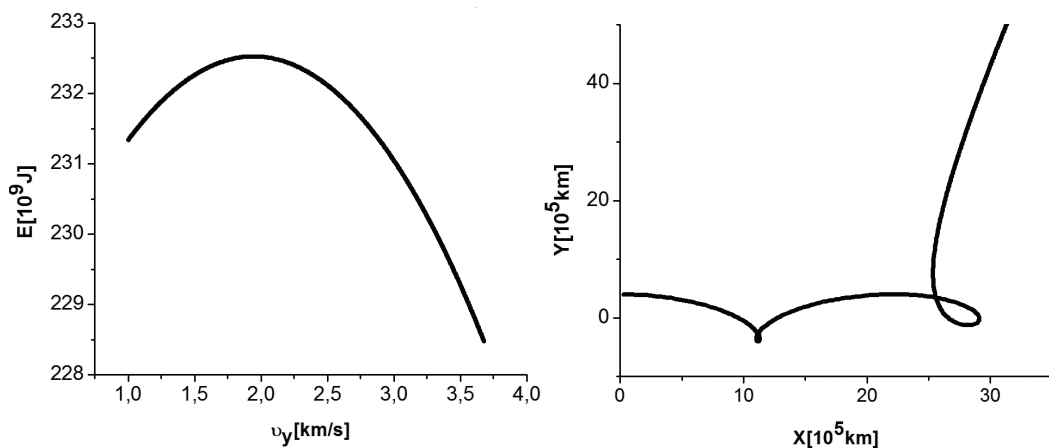
$$B > \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot m_p}{r_0^2} - v_0} \quad (29)$$

Izvedene relacije za oba metoda važe u slučaju planeta-letelica. Slučaj u kome se nalazi ceo Sunčev sistem i letelica komplikovaniji je za analizu.

Rezultati i diskusija

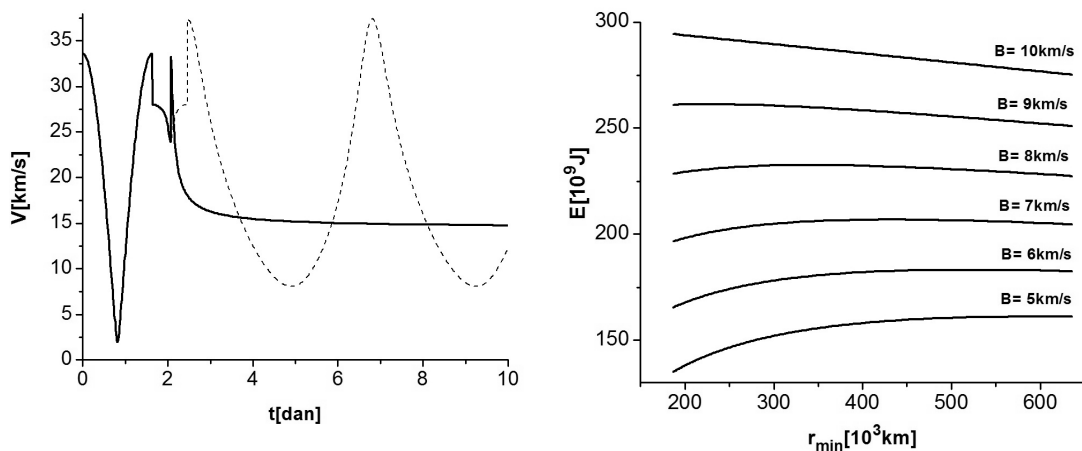
Prvi metod čiji će rezultati ispitivanja biti predstavljeni je Obertov metod. U početnom trenutku, letelica se nalazila u kružnoj orbiti oko planete mase Jupitera, koja se kretala translatorno. Obertov manevar oko Jupitera zahteva da letelica raspolaže sa određenim količinom impulsa, odnosno brzine, što je u analizi tretirano kao budžet leta. Kako tokom manevra letelica treba da smanji svoju brzinu, a potom da je poveća, potrebno je bilo naći odgovarajući odnos oduzete i dodate brzine tako da brzina koju će letelica imati posle manevra bude maksimalna. Za početni budžet uzela se vrednost od $B = 8$ km/s, čime se dobila brzina koju je trebalo oduzeti letelici. U tom slučaju ona iznosi $\Delta v_l = 1.945$ km/s (slika 5).

Dobijeno je da brzina koja je trebala da se doda letelici iznosi 6.055 km/s. Zamenom dobijenih vrednosti dobila se vrednost izlazne energije letelice, koja iznosi 232.521×10^9 J. Izgled orbite letelice posle primene dobijenih vrednosti brzine koja se oduzimala i brzine koja se dodavala prikazan je na slici 5. Parametar koji se proizvoljno uzimao je budžet. Kako on može biti proizvoljan, pokazuje se da se sa promenom budžeta menja i vrednost izlazne energije na način na koji je to prikazano na slici 6. Veći budžet daje veću izlaznu energiju. Pošto prilikom planiranja manevra treba voditi računa mnogim tehničkim pitanjima (očuvanje instrumenata, komunikacija sa Zemljom...), jer je ubrzanje letelice veliko, u objašnjenom primeru (slika 5), jedan od uslova koji je važio je i taj da letelica nije smela da priđe Jupiteru na manje rastojanje od 187 000 km.



Slika 5. Levo: grafik zavisnosti izlazne energije letelice od oduzete brzine u slucaju kada je budžet $B = 8$ km/s. Desno: putanja letelice pre, tokom i posle Obertovog manevra.

Figure 5. Left: Graph of spacecraft finale energy as a function of taken velocity. The value of budget is 8 km/s. Right: Trajectory of the spacecraft before, during and after Oberths maneuver.

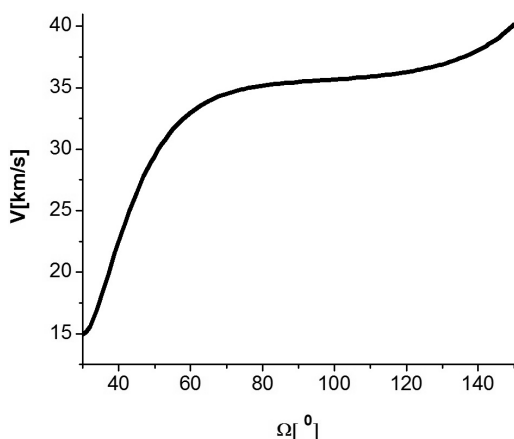


Slika 6. Levo: grafik poređenja promene brzine letelice u prvom slucaju (puna linija) i u drugom slucaju (isprekidana linija). Desno: grafik promene izlazne energije letelice u zavisnosti od budžeta. Na y osi je dato minimalno rastojanje između letelice i planete koje se ne menja u zavisnosti od budžeta.

Figure 6. Left: Comparison graph of velocity change in first case (solid line) and in the second case (dash line). Right: Graph of finale energy change as a function of budget. Y axis denotes minimal distance between the spacecraft and planet, and this value is invariant as a function of budget.

Najmanje rastojanje na koje dolazi letelica je bitno iz razloga što planeta ima atmosferu čija gustina opada eksponencijalno sa visinom, pa se trenje letelice i atmosfere povećava što je letelica bliža planeti. To dovodi do gubitaka energije letelice. Shodno tome manevar nema toliko učinka koliko bi imao da planeta nema atmosferu. Potrebno je naći odnos oduzete i dodate brzine da bi se izbegli gubici koji se mogu javiti prolaskom letelice pored planete. Treba primetiti da u najbližem položaju letelice na eliptičnoj putanji u odnosu na planetu brzina je najmanja, dok je u najdaljem položaju brzina najveća. Ovakav odnos brzina i položaja prouzrokovao je gravitacionim poljem planete koja se kreće. Poređenja radi, brzina koja se dodaje može se saopštiti u dva različita slučaja. Neka se u prvom slučaju brzina saopšti u trenutku kada je njena udaljenost od planete najveća. U drugom slučaju ista dodatna brzina će se saopštiti letelici u položaju kada je ona najbliža planeti. Dobija se da u drugom slučaju intenzitet konačne brzine nije dovoljan da letelica napusti orbitu oko planete. U prvom slučaju letelica napušta orbitu oko planete (slika 6, levo). Objasnjenje je to da se rastojanje između planete i letelice brže menja u prvom slučaju nego u drugom. S toga je brzina opadanja intenziteta brzine letelice veća u drugom nego u prvom slučaju.

Drugi manevar koji je ispitivan je gravitaciona praćka. Ako je ukupna energija letelice u odnosu na planetu u početnoj tački kretanja manja od 0, letelica će izvesti gravitacionu praćku oko planete, ali će ipak ostati zarobljena oko planete u elipsi. Prilikom izvođenja gravitacione praćke, osim ukupne energije letelice, međusobnog položaja planete i letelice u toku manevra (slika 1) i mase planete, uticaj na izlaznu brzinu letelice ima i ugao Ω , odnosno ugao koji zaklapaju vektor brzine planete i vektor početne brzine letelice. U zavisnosti od Ω menja će se intenziteti izlazne brzine letelice posle manevra gravitacione praćke. Problem koji se javlja sa uglom Ω je taj da njegova vrednost mora biti u takvom opsegu da mini-



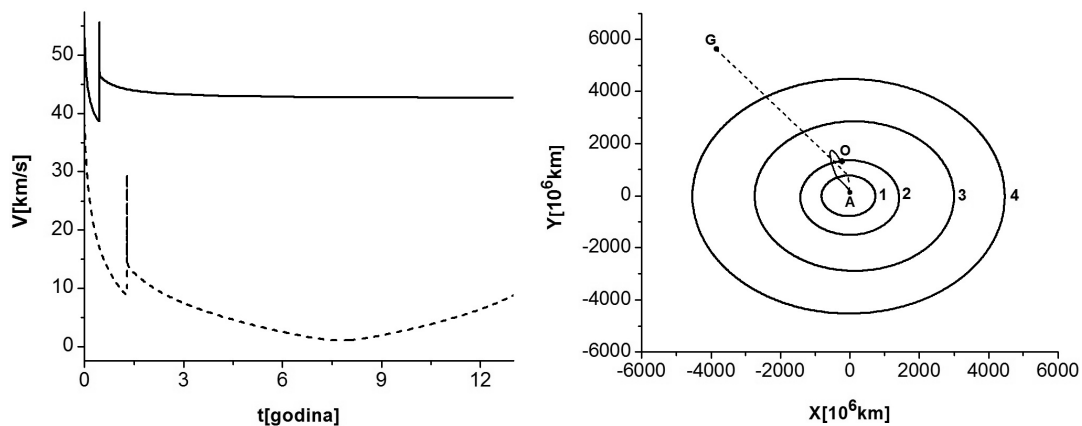
Slika 7. Grafik intenziteta brzine letelice posle 50 dana u zavisnosti od upadnog ugla koji vektor početne brzine letelice zaklapa sa vektorom brzine planete.

Figure 7. Graph of spacecraft velocity, after 50 days, as a function of incident angle between initial velocity vector of spacecraft and planet

malno rastojanje tokom manevra ne prede određenu granicu koja zavisi od planete. Konkretno, u slučaju prikazanom na slici 7, letelica je krenula sa udaljenosti od 700 000 km početnom brzinom od 30 km/s prema planeti i nije smela da priđe bliže od 80 000 km centru planete. U tom slučaju za ugao Ω mora da važi $30^\circ \leq \Omega \leq 150^\circ$ da ne bi došlo do prelaženja granice minimalnog rastojanja od 80 000 km. Ugao Ω utiče na dalje kretanje letelice posle manevra gravitacione pračke što utiče na brzinu opadanja intenziteta brzine letelice.

Metod gravitacione pračke i Obertov manevar upoređeni su u simulaciji kretanja letelice kroz Sunčev sistem. U oba slučaja cilj letelice je bio da dostigne što veću brzinu posle izvršenog metoda. Početni vektori položaja i brzina tela Sunčevog sistema su uzeti za 01. 01. 2011.

U prvoj simulaciji simulirana je gravitaciona pračka oko Jupitera. Letelica je poslata prema Jupiteru brzinom od 54 km/s. Važno je da su vektor početne brzine letelice i vektor brzine planete zaklapali tup ugao čime je ostvarena krajnja brzina od 43 km/s (slika 8, levo). Ostvareno minimalno rastojanje letelice u odnosu na Jupiter je iznosilo oko $186 \cdot 10^3$ km čime su se izbegli gubici koji bi bili posledica prolaska letelice kroz at-



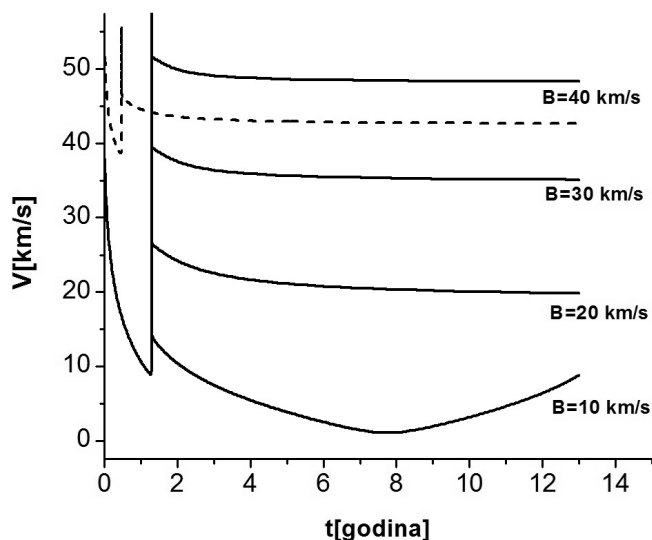
Slika 8. Levo: grafik promene brzina u periodu od 12.5 godina prilikom manevra gravitacione pračke (puna linija) i Obertovog manevra (isprekidana linija); Desno: prikaz putanje letelice posle manevra gravitacione pračke (putanja od tačke A do tačke G – isprekidana linija) i posle Obertovog manevra (putanja od tačke A do tačke O – puna linija) u spoljašnjem delu Sunčevog sistema (1 – Jupiter, 2 – Saturn, 3 – Uran, 4 – Neptun).

Figure 8. Left: Graph of velocity change in a period of 12.5 years using a gravity assist maneuver (solid line) and Oberths method (dash line). Right: Spacecraft trajectories after gravity assist maneuver (trajectory from point A to G – dash line) and after Oberths maneuver (trajectory from point A to O – solid line) in outer part of Solar system (1 – Jupiter, 2 – Saturn, 3 – Uranus, 4 – Neptune).

mosferu Jupitera. Posle prolaska pored Jupitera letelica je nastavila kretanje ka spoljašnjem delu Sunčevog sistema (slika 8, desno).

Simulacija Obertovog metoda urađena je na sledeći način. Letelica je pošla iz iste početne tačke kao i kod simulacije gravitacione pračke, sa intezitetom početne brzine od 39 km/s. Budžet letelice je iznosio 15 km/s, što odgovara razlici inteziteta početnih brzina u simulaciji gravitacione pračke i Obertovog metoda. Od datog budžeta iskorišćeno je 5 km/s da bi se korigovala brzina letelice prilikom prilaska Jupiteru. Posle korekcije brzine, letelica je ušla u orbitu oko Jupitera sa preostalim budžetom od 10 km/s. Za dati budžet izračunat je potreban odnos brzine koja se oduzima i brzine koja se dodaje tokom Obertovog metoda. Posle manevra, letelica je dostigla krajnju brzinu od oko 12.5 km/s. Primećuje se da potrebna brzina nije dovoljna da letelica napusti Sunčev sistem (slika 8, levo). U ovom slučaju letelica je napravila zaokret i počela da se vraća ka unutrašnjosti Sunčevog sistema usled nedostatka brzine (slika 8, desno). Letelica je imala početnu energiju dovoljnu da napusti Sunčev sistem, ali je tokom Obertovog metoda iskoristila deo budžeta na manevrisanje oko Jupitera, čime se preostali budžet za Obertov manevr smanjio.

Povećavanjem budžeta letelice Obertov metod će postati efikasniji u pogledu izlazne brzine letelice od manevra gravitacione pračke (slika 9). Obertov metod je u ovom slučaju bio efikasniji od gravitacione pračke kada se raspolagalo budžetom većim od 35 km/s. Iz toga sledi da efikasni Obertovi manevri iziskuju više budžeta i samim tim Obertov manevr je manje praktičan u odnosu na gravitacionu pračku koja za dosta manje utrošene energije proizvodi bolje rezultate.



Slika 9. Grafik poredjenja promene brzine letelice tokom gravitacione pračke (isprekidana linija) i tokom Obertovog manevra za različite budžete (pune linije).

Figure 9. Comparison graph of spacecraft velocity change during the gravity assist maneuver (dash line) and Oberth's maneuver (solid line) for different budget values

Zaključak

Nedostatak Obertovog metoda je taj što je potrebno iskoristi deo budžeta na korekciju brzine letelice, koja će doprineti tome da letelica počne da se kreće po kružnoj orbiti oko ciljane planete. Preostali deo budžeta nije dovoljan da bi letelica izašla iz Sunčevog sistema. Ukoliko se od misije zahteva da prvo kruži oko neke planete, a potom da napusti Sunčev sistem, biće potrebno uložiti više energije odnosno povećati budžet letelice. Najbolju primenu Obertov manevar ima prilikom slanja letelice sa kružne orbite na hiperbolu, odnosno slanja letelice koja orbitira oko Zemlje prema nekoj bližjoj planeti. Umesto da se energija koju poseduje letelica direktno iskoristi na ubrzavanje letelice sa orbite, može se iskoristiti u dva manja dela za Obertov metod čime se dobija veća izlazna brzina. Tada je potrebno naći odgovarajući odnos brzine koja se oduzima i brzine koja se dodaje tokom manevra da bi izlazna energija bila maksimalna. S obzirom da će se letelice za svemirske misije koje će putovati van Sunčevog sistema graditi u orbiti oko Zemlje, Obertov metod bi mogao naći značajnu primenu.

Prilikom manevra gravitacione pračke potrebno je odabrati optimalni ulazni ugao letelice da bi se dobio što bolji učinak na izlaznu brzinu, i potrebno je da letelica ima početnu energiju toliku da može da napusti gravitaciono polje planete oko koje vrši manevar. Gravitaciona pračka pri većim početnim brzinama letelice daje bolji učinak, a velika prednost ovog metoda je da nije potrebno korigovati brzinu letelice. Ukoliko i jeste, ta korekcija je mnogo manja nego kod Obertovog metoda, i posledica je nesavršenosti sistema navođenja.

Zahvalnost. Autor se zahvaljuje na pomoći mentoru Milanu Darijeviću i vodi seminaru astronomije u ISPetnica Ivanu Miliću. Projekat je definisan i razrađen zahvaljujući idejama i sugestijama Miloša Stanića, istraživača na projektu Ikarus sa Univerziteta Alabama, kome se autor posebno zahvaljuje.

Literatura

- Adams R. B., Richardson G. A. 2011. Using the two-burn escape maneuver for fast transference in the Solar System and Beyond. *Joint Propulsion Conference & Exhibit 2010 Conference Proceedings*, str. 925.
- Crawford A. I. 2011. *Project Icarus: Astronomical Considerations Relating to the Choice of Target Star*. London: Birkbeck College, Department of Earth and Planetary Sciences
- Dunne J. A. Burgess E. 1978. *The Voyage of Mariner 10: Mission to Venus and Mercury*. NASA SP-424, Washington, DC
- Kittel C., Knight W. D., Ruderman M. A. 1973. *Mechanics*. London: McGraw Hill

Long F. K., Obousy K. R., Tziolas C. A., Mann A., Osborne R., Presby A., Fogg M. 2010. Project Icarus: son of Daedalus – Flying Closer to Another Star. *JBIS*, **62** (11-12): 403.

Oberth H. 1929. *Ways to Spaceflight: Translation of "Wege zur Raumschiffahrt"*. Munich-Berlin: R. Oldenbourg Verlag

Sava Mirković

Methods for Spacecrafts Acceleration

Two methods of accelerating spacecrafts have been analyzed, method of gravity assist and Oberth's method. This paper has two parts. In the first part both methods were analyzed through the numerical simulation of planet-spacecraft system. In the second part the efficiency of both methods was compared through the numerical simulation of spacecraft moving through the Solar System. Results imply that the gravity assist method is more efficient in terms of spacecraft reached speed after the maneuver and it is an optimal solution for outer Solar System missions. If the spacecraft must be sent from orbit around a parent planet, Oberth's method is a better solution for spacecraft acceleration. Because of the future spacecraft dimensions, their construction will take place in the orbit around the Earth. Therefore, Oberth's method will be optimal for future interstellar mission.

