
Božidar Obradović

Atmosferski parametri egzoplanete HD189733b

U ovom radu modelovana je apsorpciona D1 linija natrijuma nastala u atmosferi egzoplanete. Pretpostavljeno je da se atmosfera sastoji od natrijuma i vodonika i da je u celoj atmosferi ista temperatura, odnosno da važi globalna termodinamička ravnoteža. Koncentracija natrijuma u atmosferi opada sa visinom po barometarskoj formuli. Spektralna linija natrijuma se širi zbog termalnog kretanja atoma natrijuma i sudara atoma natrijuma i vodonika. Iz tog razloga je korišćen Fojtov profil za njen opis. Poređenjem opisanog modela i posmatrane linije u atmosferi egzoplanete HD189733b dobijene su vrednosti koncentracije natrijuma u donjim slojevima atmosfere, temperature atmosfere i koncentracije vodonika u donjim slojevima atmosfere:

$$nNa = (1.6 \pm 0.6) \times 10^{17} \text{ atoma/m}^3,$$

$$T = (1100 \pm 200) \text{ K},$$

$$nH = (1.0 \pm 0.3) \times 10^{17} \text{ atoma/m}^3.$$

Uvod

Egzoplanete postaju sve aktuelnija tema istraživanja u astrofizici. U poslednje tri decenije otkriveno je nekoliko hiljada planeta (Schneider). Usled povećanja osetljivosti detektora, postalo je moguće detektovati transmisioni spektar atmosfere egzoplanete. Tokom tranzita, na određenim talasnim dužinama dolazi do apsorpcije zračenja od strane hemijskih elemenata u atmosferi egzoplanete. Oduzimanjem spektra zvezde snimljenog pre tranzita od spektra snimljenog tokom tranzita, dobija se spektar atmosfere planete, tj. njen transmisioni spektar.

U transmisionom spektru atmosfere egzoplanete javljaju se spektralne linije, nastale kao rezultat apsorpcije u uskom intervalu talasnih dužina. Iz spektra se mogu odrediti hemijski sastav i temperatura atmosfere, postojanje oblaka i vetrova (npr. Wytenbach *et al.* 2015). Analizirajući spektar možemo zaključiti da li postoje osnovni uslovi za život na toj planeti.

Ovaj rad bavi se ispitivanjem spektra atmosfere egzoplanete HD189733b. Modelovana je apsorpciona D1 linija natrijuma na 589.5 nm, pri čemu su slobodni parametri modela: koncentracija natrijuma u donjim slojevima atmosfere, koncentracija vodonika i temperatura atmosfere. Natrijum je izabran zbog toga što se lako detektuje i već postoje istraživanja sa kojima se mogu uporediti dobijeni rezultati. Radi jednostavnosti pretpostavljeno je da u atmosferi egzoplanete važi globalna termodinamička ravnoteža i da je funkcija izvora u njoj konstantna.

Teorijske osnove modela

Modelovanje linije

Apsorpcione spektralne linije nastaju usled veće neprozračnosti atmosfere na određenim talasnim dužinama. Usled toga apsorpcija u liniji je veća od apsorpcije u kontinuumu. Do apsorpcije i emisije dolazi prilikom prolaska zračenja kroz neku sredinu. To opisujemo jednačinom prenosa zračenja, koja ima sledeći oblik (Rutten 2003):

Božidar Obradović (1998) Beograd, Sime Igumanova 49, učenik 3. razreda Matematičke gimnazije u Beogradu

MENTORI:

Stanislav Milošević, Matematički fakultet Univerziteta u Beogradu

Dušan Vukadinović, student osnovnih studija Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

Nikolina Milanović, studentkinja osnovnih studija Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

$$dI_\nu(s) = j_\nu ds - \alpha_\nu I_\nu ds \quad (1)$$

gde je I_ν intenzitet zračenja, α_ν i j_ν koeficijenti apsorpcije i emisije a ds elementarni pređeni put. Oni zavise od sredine kroz koju zračenje prolazi i govore nam koliko zračenja se apsorbuje, tj. emituje po jedinici dužine pređenog puta zračenja. Formalno rešenje jednačine prenosa zračenja je:

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_0 e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S(t_\nu) e^{-(\tau_\nu - t_\nu)} dt_\nu \quad (2)$$

gde je I_0 ulazni intenzitet, S funkcija izvora, a τ_ν optička dubina na kojoj se posmatra zračenje na određenoj frekvenciji. Prvi član u jednačini (2) predstavlja oslabljeni ulazni intenzitet usled apsorpcije fotona od strane sredine, dok drugi član opisuje doprinos intenzitetu usled emisije sredine.

Funkcija izvora je parametar sredine i definiše se kao količnik koeficijenata emisije i apsorpcije u nekoj tački sredine, i može se predstaviti kao srednji intenzitet zračenja (Gray 2005). Ako pretpostavimo da je ulazni intenzitet isti na svim talasnim dužinama, funkcija izvora je konstantna i iznosi:

$$S = \frac{1}{2} I_0 = \text{const} \quad (3)$$

Kada se jednačina (3) uvrsti u jednačinu (2), integral se rešava analitičkim putem i dobija se izraz za izlazni intenzitet:

$$I_\nu = \frac{I_0}{2} (1 - e^{-\tau_\nu}) \quad (4)$$

Izlazni intenzitet zavisi od optičke dubine τ_ν . Optička dubina nam govori o neprozračnosti sredine na datoj frekvenciji. Ona zavisi od koeficijenta apsorpcije u datoj sredini i pređenog puta zračenja i izražava se kao:

$$\tau_\nu = \int \alpha_\nu ds \quad (5)$$

Koeficijent apsorpcije je direktno proporcionalan koncentraciji apsorbera. Jednačina za koeficijent apsorpcije u D1 liniji natrijuma je (Rutten 2003):

$$\alpha_\nu = \frac{h\nu_0}{4\pi} n B_{3s-3p} \varphi(\nu) \quad (6)$$

gde je h Plankova konstanta, n koncentracija apsorbera, u ovom slučaju natrijuma u pobuđenom stanju, B_{3s-3p} Ajnštajnov koeficijent apsorpcije za posmatrani prelaz (Kramida *et al.* 2015) (u ovom slučaju je to $3s-3p$ prelaz), a $\varphi(\nu)$ Fojtov profil.

Profil linije nam govori o raspodeli intenziteta oko centralne talasne dužine. On daje verovatnoću da se na određenoj frekvenciji apsorbuje foton. Spektralna linija ima konačnu širinu, tj. profil, jer dolazi do prirodnog, termalnog i sudarnog širenja linije.

Prirodno širenje linije je posledica neodređenosti energetskih nivoa, koja sledi iz relacije neoređenosti energija–vreme. Ono se opisuje Lorencovim profilom.

Termalno (Doplerovo) širenje nastaje zbog termalnog kretanja čestica gasa na nekoj temperaturi. Usled takvog kretanja neke čestice će se udaljavati od posmatrača i stoga će apsorbovati zračenje na većim talasnim dužinama, dok će se druge čestice približavati posmatraču i apsorbovati zračenje na manjim talasnim dužinama. Pošto se približno isti broj čestica kreće od i ka posmatraču, neće doći do pomeranja linije, nego samo do širenja. Doplerovo širenje opisuje se Gausovim profilom (Gray 2005):

$$\psi(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2} \quad (7)$$

pri čemu je $\Delta\nu_D$ Doplerova širina definisana na sledeći način (*ibid.*)

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (8)$$

gde je ν_0 centralna frekvencija, c brzina svetlosti, T temperatura atmosfere, m masa atoma natrijuma, a k Bolcmanova konstanta.

Sudarno širenje ili širenje usled pritiska, nastaje kao posledica sudara među česticama pri čemu dolazi do perturbacije energetskih nivoa u vidu njihovog širenja – „razmazivanja”. U ovom radu je razmatrana interakcija između čestica atmosfere (atoma vodonika – glavnog perturbatora i atoma natrijuma). Sudarno širenje se opisuje Lorencovim profilom (Rutten 2003):

$$\chi(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{(\nu-\nu_0)^2 + \gamma^2} \quad (9)$$

gde je γ širina na polovini dubine Lorencovog profila, Van der Valsova širina. Ona se računa na sledeći način (Munoz *et al.* 2010):

$$\gamma = 818 \times 10^{26} \lambda^2 \left(\alpha \langle R'^2 \rangle \right)^{0.4} \left(\frac{T}{\mu_1} \right)^{0.3} n_H \quad (10)$$

gde je λ [nm] talasna dužina posmatrane linije, α [cm⁻³] atomska permeabilnost vodonika, $\langle R'^2 \rangle$ kvadrat razlike poluprečnika atoma natrijuma u gornjem i donjem nivou prelaza, μ_1 [jedinice atomske mase] redukovana masa čestica koje se sudaraju, a n_H [cm⁻³] koncentracija vodonika.

U ovom radu korišćen je Fojtov profil, koji predstavlja konvoluciju Gausovog i Lorencovog profila. Fojtov profil opisuje zajednički uticaj prirodnog, termalnog i sudarnog širenja linije i predstavljen je jednačinom (scipython.com):

$$\varphi(\nu) = \frac{\text{Re}[w(z)]}{\Delta \nu_D \sqrt{2\pi}} \quad (11)$$

gde je $\text{Re}[w(z)]$ realni deo Faddeeva funkcije za (*ibid.*):

$$z = \frac{\nu - \nu_0 + i\gamma}{\nu_D \sqrt{2}} \quad (12)$$

Modelovanje atmosfere

Kako bi formirali liniju, potrebno je poznavati parametre sredine, tj. atmosfere. Razmatrana je atmosfera sfernog oblika, sastavljena od vodonika i natrijuma. Koncentracija natrijuma se menja sa visinom po barometarskoj formuli:

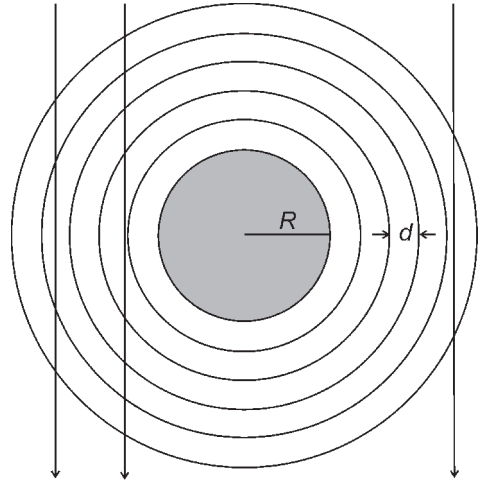
$$n(h) = n_0 e^{-\frac{\mu g}{kT} \cdot h} \quad (13)$$

gde je μ srednja molekulska masa atmosfere, a g gravitaciono ubrzanje planete.

Atmosfera je podeljena na slojeve kao na slici 1, za koje važi da je koncentracija u svakom od njih konstantna. Svi slojevi su iste širine, koja iznosi $0.25 H$, gde je:

$$H = kT/\mu g \quad (14)$$

skala visine atmosfere. To je visina na kojoj, po jednačini (13), koncentracija opadne e puta. Radi preciznijeg računanja koncentracije u svakom nivou uzeto je da atmosfera ima 20 slojeva, tako da je njena ukupna visina $5H$. Na visinama većim od $5H$, koncentracija će biti manja od



Slika 1. Skica planete i slojeva atmosfere: R je poluprečnik planete, d debljina jednog sloja. Slika nije u razmeri, a radi jednostavnosti na slici je prikazano samo 5 slojeva.

Figure 1. Sketch of planet and atmosphere layers: R is the planet's radius and d is the width of one layer. The figure is not scaled, and for simplicity there are only 5 layers shown.

0.6% početne koncentracije, pa će ti slojevi imati zanemarljivo mali doprinos apsorpciji zračenja.

Za različite pravce izlazni intenzitet ima različite vrednosti, jer prolazi kroz različite slojeve atmosfere, pa optička dubina nije ista. Na ukupan intenzitet utiče zajednički doprinos intenziteta više međusobno paralelnih pravaca. Ukupan izlazni intenzitet se dobija sumiranjem izlaznih intenziteta po površinama slojeva atmosfere:

$$I_v = \frac{\sum_{k=1}^{20} I_v(k) P_k}{P_A} \quad (15)$$

gde je $I_v(k)$ rešenje jednačine prenosa zračenja, P_k površina k -tog prstena:

$$P_k = \pi \cdot \left((R + k d)^2 - (R + (k - 1) d)^2 \right) \quad (16)$$

a P_A površina matematičkog modela atmosfere:

$$P_A = (R + 20 d)^2 \pi. \quad (17)$$

Rezultati i diskusija

Radi dobijanja koncentracije natrijuma, temperature atmosfere i koncentracije vodonika, teorijski model je poređen sa podacima dobijenim iz posmatranja, a preuzetim iz literature (Wyttenbach *et al.* 2015) (slika 2). Vrednosti parametara modela su dobijene metodom minimizacije hi-kvadrata, koji se računa:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(O[k] - E[k])^2}{\sigma^2} \quad (18)$$

gde O označava niz posmatranih vrednosti (intenziteta), E niz vrednosti (intenziteta) dobijenih na osnovu parametara modela a σ je standardna devijacija posmatranja. Što je hi-kvadrat manji, model bolje opisuje merenja. Za više vrednosti parametara modela je izračunata vrednost hi-kvadrata, i parametri za koje je hi-kvadrat najmanji su uzeti kao rezultat.

Zatim je generisan novi set vrednosti intenziteta („veštački” podaci) za slučajne vrednosti talasnih dužina, na osnovu vrednosti parametara predviđenih fitom. Ovako dobijen veštački spektar je ponovo fitovan minimizacijom hi-kvadrata, čime su dobijene nove vrednosti parametara modela. Ovaj postupak je izvršen 1000 puta. Konačni rezultat i njegova greška su dobijeni kao srednja vrednost i standardna devijacija dobijenih raspodela parametara, redom. Vrednosti dobijenih parametara su:

$$n_{\text{Na}} = (1.6 \pm 0.6) \times 10^7 \text{ atoma/m}^3$$

$$T = (1100 \pm 200) \text{ K}$$

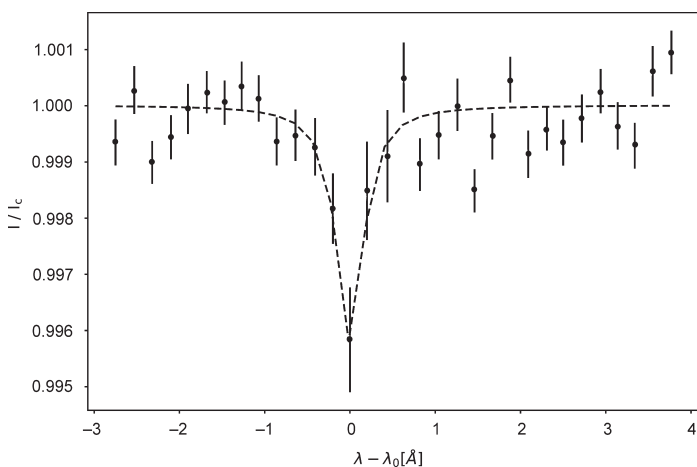
$$n_{\text{H}} = (1.0 \pm 0.3) \times 10^{17} \text{ atoma/m}^3$$

Posmatrački podaci su, usled Doplerovog efekta (pojava vetra u gornjim slojevima atmosfere), pomereni za 0.016 nm ka plavom delu spektra (Wyttenbach *et al.* 2015). Radi poređenja sa teorijskom krivom izvršena je korekcija podataka, tako što je izvršen pomeraj od 0.016 nm ka crvenom delu spektra.

Temperatura planete HD189733b je $T = 1190 \pm 20$ K (Southworth 2010), što je konzistentno sa rezultatima u ovom radu.

Khalafinejad i saradnici (2017) u svom radu su procenili koncentraciju natrijuma u donjim slojevima atmosfere na oko 10^{10} atoma/m³, modelirajući atmosferu tako što su zadali skalu visine od 100 km. Heng i saradnici (2015) su dobili vrednost koncentracije natrijuma u donjim slojevima atmosfere u opsegu (10^6 , 10^{10}) atoma/m³, što je u saglasnosti sa dobijenom vrednosti u ovom radu.

Koncentracija vodonika u atmosferi je neuobičajeno velika za jednu planetu i skoro da je uporediva sa koncentracijom vodonika u zvezdama. Moguće objašnjenje je da, zbog malog rastojanja između zvezde i egzoplanete (Khalafinejad *et al.* 2017), atomi vodonika iz atmosfere zvezde zvezdanim vetrom dolaze do atmosfere planete i samim tim povećavaju koncentraciju vodonika u atmosferi.



Slika 2. Grafik zavisnosti intenziteta zračenja (I_c je intenzitet kontinuuma) od talasne dužine. Tačkama su označena merenja (preuzeta iz Wyttenbach *et al.* 2015), a isprekidana linija predstavlja teorijsku krivu za najbolje vrednosti koncentracije natrijuma, temperature i koncentracije vodonika ($\lambda_0 = 589.5$ nm).

Figure 2. Transmitted intensity (I_c is intensity of the continuum) as a function of the wavelength. Dots and intervals represent measurements (taken from Wyttenbach *et al.* 2015), while the dashed line represents the fitted curve for the best values of concentration of sodium, temperature and concentration of hydrogen ($\lambda_0 = 589.5$ nm).

Zaključak

U ovom radu predstavljen je model apsorpcione D1 linije natrijuma na 589.5 nm u atmosferi egzoplanete. Profil linije dobijen je rešavanjem jednačine prenosa zračenja u atmosferi egzoplanete. Razmatrana je sferna atmosfera, radi jednostavnosti sačinjena samo od natrijuma i vodonika. Ona je podeljena na slojeve, u kojima je koncentracija natrijuma konstantna i opada od sloja do sloja po barometarskoj formuli. Linija je modelovana pod uticajem Van der Valsvog (sa vodonikom kao perturbacijom) i termalnog širenja. Pretpostavke modela su da u atmosferi egzoplanete važi globalna termodinamička ravnoteža i da je funkcija izvora konstantna i iznosi polovinu ulaznog intenziteta.

Dobijeni model linije je poređen sa posmatranom D1 linijom egzoplanete HD189733b (Wytenbach *et al.* 2015). Dobijene su vrednosti koncentracije natrijuma u donjim slojevima atmosfere, temperature atmosfere i koncentracije vodonika u atmosferi. Model dobro reprodukuje posmatrane podatke i može da se koristi za određivanje koncentracije drugih elemenata u atmosferi.

Literatura

- Gray D. 2005. *The observation and analysis of stellar photospheres*. Cambridge University Press
- Munoz J., Yubero C., Dimitrijević M. S., Calzada M. D. 2010. Van der Waals broadening in atmospheric pressure surface wave discharges sustained in rare gases. *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplement*, **15**: 157.
- Heng K., Wytenbach A., Lavie B., Sing D. K., Ehrenreich D., Lovis C. 2015. A non-isothermal theory for interpreting sodium lines in transmission spectra of exoplanets. *The Astrophysical Journal Letters*, **803** (1): L9.
- Khalafinejad S., von Essen C., Hoeijmakers H. J., Zhou G., Klocová T., Schmitt J.H.M.M., Dreizler S., Lopez-Morales M., Husser T.-O., Schmidt T., Collet R. 2017. Exoplanetary atmospheric sodium revealed by orbital motion. Narrow-band transmission spectroscopy of HD 189733b with UVES. *Astronomy & Astrophysics*, **598**: A131.

Kramida A., Ralchenko Yu., Reader J., and NIST ASD Team. 2015. NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.3). Dostupno na: <http://physics.nist.gov/asd> [1. novembar 2016]

Rutten R. J. 2003. *Radiative transfer in Stellar Atmospheres*. Utrecht: Utrecht University lecture notes. Dostupno na: http://www.staff.science.uu.nl/~rutte101/rrweb/rjr-edu/coursenotes/rutten_rtsa_notes_2003.pdf

Schneider J. Interactive Extra-solar Planets Catalog. The Extrasolar Planet Encyclopaedia. Dostupno na: <http://exoplanet.eu/catalog/>

scipython.com.
<http://scipython.com/book/chapter-8-scipy/examples/the-voigt-profile/>

Southworth J. 2010. Homogenous studies of transiting extrasolar planets – III. Additional planets and stellar models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **408** (3): 1689.

Wytenbach A., Ehrenreich D., Lovis C., Udry S., Pepe F. 2015. Spectrally resolved detection of sodium in the atmosphere of HD 189733b with the HARPS spectrograph. *Astronomy & Astrophysics*, **577**: A62.

Božidar Obradović

Atmospherical Parameters of Exoplanet HD189733b

In this paper we modeled a D1 absorption line, formed in the exoplanetary atmospheres. The line profile was obtained by solving the equation of radiative transfer for exoplanetary atmospheres. The line shape was influenced by collisional (Van Der Waals) and thermal (Doppler) broadening. These effects were described by the Voigt profile. The planet atmosphere was assumed to be of spherical shape. It was then divided into layers with constant concentrations of sodium in each layer. The sodium concentration decreased from layer to layer, as described by the barometric equation. The source function was assumed to be constant and equal to the half average intensity of radiation per solid angle. The atmosphere was also assumed to be in global thermodynamic equilibrium. The free parame-

ters of this model include the concentration of sodium in the lower layers of the atmosphere, the concentration of hydrogen in the atmosphere, as well as the atmospheric temperature. The parameters were determined by fitting the model to the observed absorption line of the exoplanet HD 189733b. The resulting values were:

$$n_{\text{Na}} = (1.6 \pm 0.6) \times 10^7 \text{ atoms/m}^3,$$

$$T = (1100 \pm 200) \text{ K, and}$$

$$n_{\text{H}} = (1.0 \pm 0.3) \times 10^{17} \text{ atoms/m}^3.$$

